REVISTA PLURAIS PPG ielt e-ISSN 2238-3751

MÓDULO DIDÁTICO:
cálculo de área de quadriláteros

DIDACTIC MODULE:
calculating the area of quadrilaterals

Saulo Macedo de Oliveira
Mestrando em Educação pelo Programa de Pós-Graduação emEducação da Universidade Estadual de Montes Claros.
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Montes Claros.
Integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação
Orcid: https://orcid.org/0009-0002-8183-149X
Lattes: http://lattes.cnpq.br/3110715527396686
E-mail: saulomacedo308@gmail.com

Resumo
A aprendizagem do cálculo de áreas de quadriláteros representa um desafio para estudantes da Educação Básica, influenciado por fatores como a abstração do conceito de área e a forma como o conteúdo é abordado em sala de aula. A dificuldade está relacionada à necessidade de conectar representações geométricas com situações concretas para facilitar a visualização e a compreensão do cálculo. Para superar essas dificuldades, é essencial adotar abordagens pedagógicas diversificadas que atendam aos diferentes ritmos de aprendizagem, favorecendo a construção gradual do conhecimento. Sendo assim, este trabalho propõe uma sequência didática dividida em duas partes, uma para os Anos Finais do Ensino Fundamental e outra para o Ensino Médio, com atividades progressivas que envolvem malhas quadriculadas, composição e decomposição de quadriláteros, Teorema de Pick, Fórmula de Heron e o cálculo de áreas por meio do determinante de matriz. A proposta visa promover uma compreensão mais intuitiva e aplicada do cálculo de áreas.
Palavras-chave: Cálculo de área de quadrilátero; educação básica; matemática; módulo didático; sequências de atividades.

Abstract
Learning to calculate the area of quadrilaterals is a challenge for primary school students, influenced by factors such as the abstraction of the concept of area and the way the content is approached in the classroom. The difficulty is related to the need to connect geometric representations with concrete situations to facilitate visualization and understanding of the calculation. To overcome these difficulties, it is essential to adopt diversified pedagogical approaches that cater to the different learning rhythms, favoring the gradual construction of knowledge. Therefore, this work proposes a didactic sequence divided into two parts, one for the final years of elementary school and the other for secondary school, with progressive activities that involve checkerboard meshes, decomposition of quadrilaterals, Pick's Theorem, Heron's Formula and the calculation of areas using the matrix determinant. The proposal aims to promote a more intuitive and applied understanding of area calculation.
Keywords: Quadrilateral area calculation; basic education; mathematics; didactic module; activity sequences.

Considerações Iniciais

A aprendizagem do cálculo de áreas de quadriláteros é um desafio recorrente entre estudantes da Educação Básica, e esse desafio pode ser atribuído a uma série de fatores que envolvem tanto a construção de conceitos matemáticos quanto a forma como esses conteúdos são abordados na sala de aula, como apresentado por Moura (2019).

Primeiramente, os estudantes enfrentam dificuldades devido à abstração envolvida no conceito de área. A ideia de medir espaços e compreender que a área é a quantidade de unidades quadradas necessárias para cobrir uma figura plana não é algo imediato para todos eles. Em muitos casos, as representações geométricas precisam ser conectadas com situações concretas para que o estudante consiga visualizar e compreender o processo de cálculo (Brasil, 2018).

Além disso, a falta de uma base sólida em conceitos geométricos básicos, como as propriedades das figuras planas e suas relações, pode dificultar o aprendizado. Quando o estudante não compreende adequadamente a diferença entre figuras como quadrados, retângulos, triângulos, círculos e outras, ele encontra mais dificuldades para aplicar as fórmulas específicas de cada uma dessas figuras (Almouloud *et al.*, 2004).

Outro fator que contribui para a dificuldade, como apontam Santos Santana *et al.* (2020), é a forma como as aulas de matemática são estruturadas. Muitas vezes, a ênfase nas fórmulas de cálculo e nos procedimentos algébricos pode afastar o estudante de uma compreensão mais profunda e intuitiva do conceito de área. Os alunos podem memorizar fórmulas sem entender o "porquê" por trás delas, o que limita a flexibilidade para aplicar esses conceitos em diferentes contextos.

Para Vale e Barbosa (2014), a falta de conexão entre a teoria e a prática também se revela na escassez de atividades lúdicas ou experimentais. Algumas abordagens que envolvem o uso de materiais manipuláveis, como quadradinhos de papel, podem ajudar os estudantes a visualizarem e construírem suas próprias concepções sobre a área.

Por fim, a dificuldade no cálculo da área pode estar ligada a uma carência de estratégias adequadas de ensino, que atendam à diversidade de ritmos de aprendizagem dos alunos. Considerando que cada estudante tem uma forma diferente de apreender conceitos matemáticos, a adaptação de métodos pedagógicos pode ser crucial para o sucesso no aprendizado de áreas de figuras planas (Oliveira; Borges; Lopes, 2023).

Na Educação Básica, a área de figuras planas nos acompanha desde o Ensino Fundamental e também ao longo do Ensino Médio, para tal, neste módulo encontrará um trabalho coeso dividido em duas partes. A “Parte 1” é indicada para os estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, em que trabalharemos com sequências de atividades envolvendo: malha quadriculada, composição e decomposição de quadriláteros, as fórmulas das áreas e também o famoso e importante Teorema de Pick. Já a “Parte 2” é voltada para os estudantes do Ensino Médio, na qual recomenda-se que ele realize primeiramente as sequencias de atividades da “Parte 1” para então resolver a segunda parte do material, em que iremos ver a Fórmula de Heron e o cálculo de área por meio do determinante de matriz.

Portanto, este trabalho tem por objetivo apresentar uma proposta didática dividida em duas partes, adaptadas para os Anos Finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, com sequências de atividades que permitem a construção de conhecimento sobre o cálculo de área de quadriláteros de forma progressiva.

Estrutura do Módulo Didático

O “Módulo Didático: Cálculo de Área de Quadriláteros” é estruturado da seguinte maneira:

Parte 1 – Anos Finais do Ensino Fundamental

Sequência de Atividades 1 – Malha Quadriculada;

Sequência de Atividades 2 – Composição e Decomposição de Figuras Planas (Parte 1);

Sequência de Atividades 3 – Fórmulas para o Cálculo de Áreas;

Sequência de Atividades 4 – Composição e Decomposição de Figuras Planas (Parte 2);

Sequência de Atividades 5 – Teorema de Pick.

Parte 2 – Ensino Médio

Sequência de Atividades 6 – Fórmula de Heron;

Sequência de Atividades 7 – Cálculo de Área por meio do Determinante de Matriz.

MÓDULO DIDÁTICO:
cálculo de área de quadriláteros
Saulo Macedo de Oliveira

Parte 1

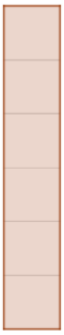
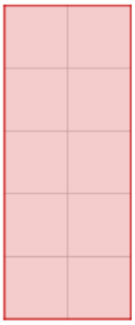
Prezado estudante, você sabe o que é um quadrilátero?
Um quadrilátero é uma figura que, matematicamente, chamamos de polígono, que têm quatro lados.

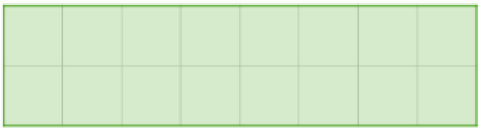
Para a nossa primeira sequência de atividades utilizaremos a malha quadriculada. Vamos lá?

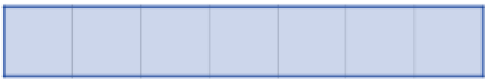
Sequência de Atividades 1 – Malha Quadriculada

Questão 1: Conte todos os quadradinhos das figuras a seguir que estão totalmente preenchidos (pintados), e escreva o resultado.

a)  Resultado: _______________

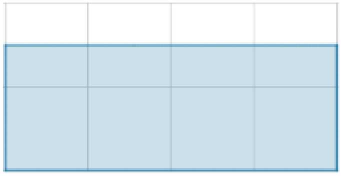
b)  Resultado: _______________ c)  Resultado: _______________

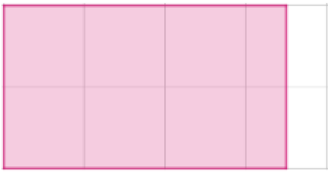
d)  Resultado: _______________

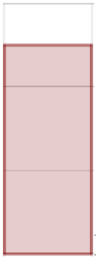
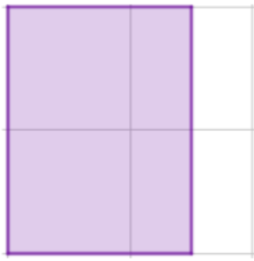
e)  Resultado: _______________

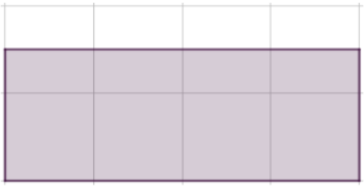
Importante!
Prezado estudante, ao contar os quadradinhos que estavam nos quadriláteros acima, você usou o conceito de área, ou seja, os resultados encontrados é área das figuras acima. Então podemos entender a área de uma figura plana como uma "medida equivalente a sua superfície".
A área sempre vem acompanhada de uma unidade de medida como por exemplo: m^2, cm^2, km^2. Mas inicialmente utilizaremos a u.a (unidade de medida de área) e os quadradinhos das malhas quadriculadas a seguir tem medida de área igual a 1 u.a.

Questão 2: Calcule mais algumas áreas de outros quadriláteros a seguir:

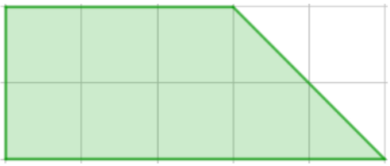
a)  Resultado: _____________

b)  Resultado: _____________

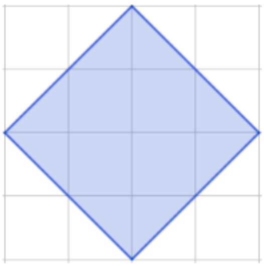
c)  Resultado: __________ d)  Resultado: __________

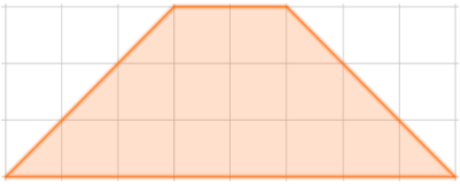
e)  Resultado: _____________

Questão 3: A seguir, calcule a área dos quadriláteros:

a)  Resultado: _____________

b) Resultado: _____________

c)  Resultado: _______________

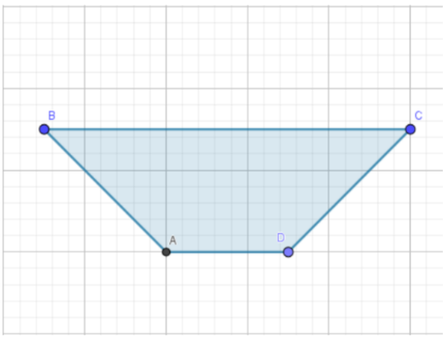
d)  Resultado: _______________

Estudante, você finalizou a primeira sequência de atividades e espero que esteja preparado para a nossa próxima atividade. Na segunda sequência, vamos aprender o que é e como usar os processos de Composição e Decomposição de figuras planas. Vamos lá?

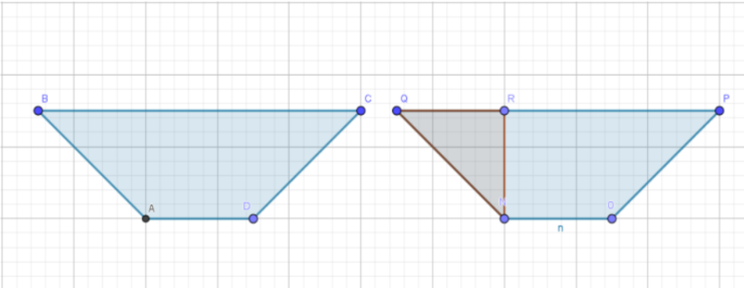
Sequência de Atividades 2 – Composição e Decomposição de Figuras Planas (Parte 1)

Existem algumas figuras geométricas que para calcularmos as suas áreas encontraremos dificuldades, para tais, temos os procedimentos de Composição e Decomposição de figuras planas. A Decomposição nada mais é que recortar a figura afim de obtermos áreas mais definidas, e o processo de Composição é uma "extensão" do processo de Decomposição, pois após decompor a figura, a Composição nos permite criar uma outra figura geométrica afim de se obter uma área mais precisa e de fácil cálculo.

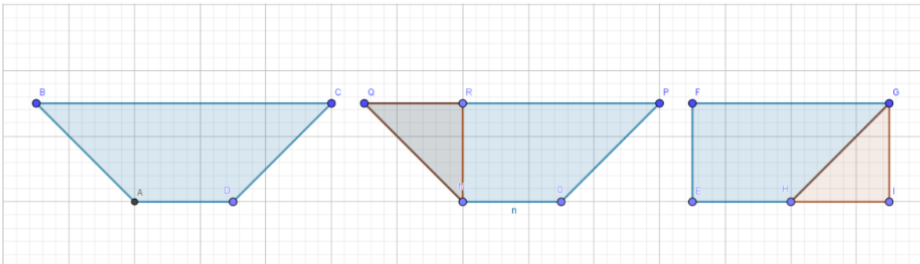
A seguir há uma exibição dos processos citados e também uma atividade.



No quadrilátero azul ABCD acima inicialmente podemos ter uma certa dificuldade para calcularmos a sua área, mas se prestarmos atenção é possível destacar um triângulo em especial como na figura a seguir:

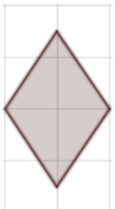


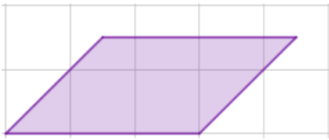
Destacado o triângulo marrom acima, vamos realizar o procedimento de Decomposição de figuras planas, ou seja, vamos recortar ele e então realizar o procedimento de Composição de figuras planas como na figura a seguir:

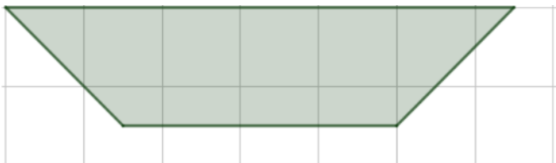


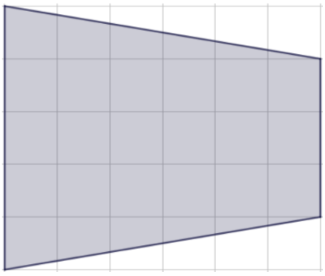
Após realizada a Composição observe que o cálculo da área do quadrilátero acima ficou muito mais fácil de ser calculado.

Questão 1: Agora é a sua vez de calcular as áreas utilizando os procedimentos de Composição e Decomposição de figuras planas.

a)  Resultado: __________

b)  Resultado: __________

c)  Resultado: __________

d)  Resultado: __________

Querido estudante, você encerrou mais uma sequência de atividades e espero que tenha entendido as atividades e toda a matemática por trás delas. Na próxima sequência, vamos desenvolver e praticar o cálculo de áreas de figuras planas por meio das suas fórmulas. Vamos lá?

Sequência de Atividades 3 – Fórmulas para o Cálculo de Áreas

Área do Quadrado: Para chegarmos a fórmula do cálculo de área de um quadrado acesse o link: https://www.geogebra.org/m/ccqchnhr e responda as questões a seguir:

(i) Quantos quadradinhos (n) cabem em no quadrado de lado (L) igual a 8? Resultado: _______________

(ii) Altere o valor de L (lado do quadrado) para 5. Quantos quadradinhos (n) couberam no quadrado? Resultado: _______________

(iii) Altere o valor de L (lado do quadrado) para 3. Quantos quadradinhos (n) couberam no quadrado? Resultado: _______________

(iv) Após essas análises, qual é a relação do número de quadradinhos (n) que cabem no quadrado com a medida do lado (L) do quadrado? Escreva uma fórmula que represente a área de um quadrado de lado L: Resultado: _______________

Área do Paralelogramo: Para chegarmos a fórmula do cálculo de área do paralelogramo acesse o link: https://www.geogebra.org/m/tnxsjxjq e responda as questões a seguir:

(i) Primeiramente dê um zoom na *applet* do GeoGebra. Quantas unidades de área são necessárias para cobrir toda a área do retângulo? Resultado: _______________

(ii) Multiplique o valor dado da área da base do retângulo pelo valor da área da altura do retângulo. Qual é o valor obtido? Resultado: _______________

(iii) Qual a conclusão que você chega ao comparar o resultado achado na (i) com o resultado da (ii)? Resultado: _______________

(iv) Após essas análises, escreva uma fórmula que represente a área de um retângulo de base B e altura H: Resultado: _______________

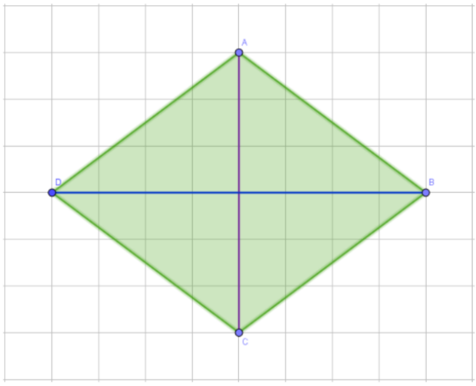
(v) Usando a Composição de Figuras Planas reorganize o paralelogramo marrom de modo que ele fique inteiramente contido na moldura retangular preta. Observe que a área de um paralelogramo é igual a área do retângulo, então, qual é a fórmula para o cálculo de área do paralelogramo? Resultado: _______________

Área do Trapézio: Para chegarmos a fórmula do cálculo de área do trapézio acesse o link: https://www.geogebra.org/m/xptgqej4 e leia as observações a seguir:

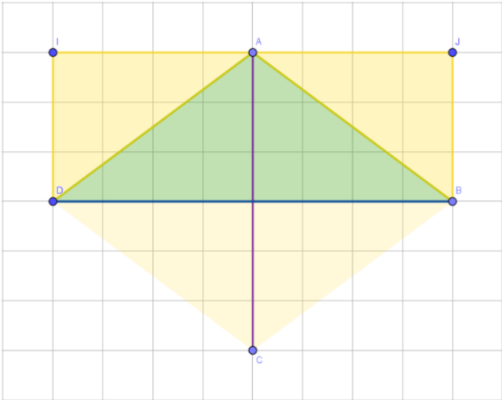
Observe que o retângulo do *applet* tem área igual a 21 u.a, para tal, podemos usar a fórmula encontrada anteriormente para o cálculo de área de retângulo, que é dada por Área (A) = Base (B) x Altura (H) e verificar o valor da área do retângulo.

Usando a Composição de Figuras Planas podemos reorganizar o trapézio marrom e o trapézio azul de modo que eles fiquem inteiramente contidos na moldura retangular preta. Como precisamos somente da área de um trapézio, e o retângulo tem dois trapézios iguais contidos nele, isto nos leva à fórmula da área do trapézio que é dada por? Resultado: _______________

Área do Losango: Observe o losango ABCD abaixo, onde AC (roxo) é a diagonal menor e BD (azul) é a diagonal maior.



Mas, dividindo-o em dois triângulos e usando o procedimento de composição de figuras temos.



(i) Qual é a figura que foi criada após o procedimento de Composição e Decomposição de figuras planas? Resultado: _______________

(ii) A área do losango ABCD é semelhante a do quadrilátero JBDI? Resultado: _______________

(iii) Então após as investigações realizadas e a visualização acima, qual é a fórmula para o cálculo da área do losango? Resultado: _______________

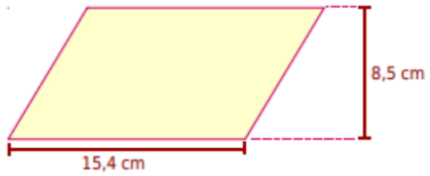
Área do Triângulo: Caro estudante, por mais que este módulo é voltado para o cálculo de área de quadriláteros, em muitas situações podemos manipular a Composição e Decomposição de Figuras Planas utilizando o triângulo. Então, para chegarmos a fórmula do cálculo de área do triângulo acesse o link: https://www.geogebra.org/m/jjxazzft e leia as observações a seguir:

Observe que o retângulo do *applet* tem área igual a 12 u.a, para tal, podemos usar a fórmula encontrada anteriormente para o cálculo de área de retângulo, que é dada por Área (A) = Base (B) x Altura (H) e verificar o valor da área do retângulo.

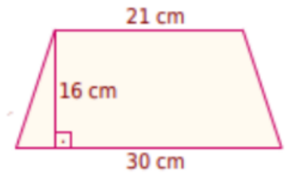
Usando a Composição de Figuras Planas podemos reorganizar o triângulo marrom e o triângulo azul de modo que eles fiquem inteiramente contidos na moldura retangular preta. Como precisamos somente da área de um triângulo, e o retângulo tem dois triângulos iguais contidos nele, isto nos leva à fórmula da área do triângulo que é dada por? Resultado: _______________

Agora vamos resolver algumas atividades e colocar em prática o que aprendemos.

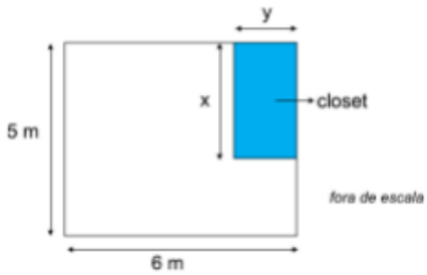
Questão 1: A região de uma cartolina é limitada por um paralelogramo que tem 15,4 cm de comprimento por 8,5 cm de largura. Qual é a área dessa região?



Questão 2: Um trapézio tem bases que medem 30 cm e 21 cm. Sabendo que a altura desse trapézio mede 16 cm, determine sua área.

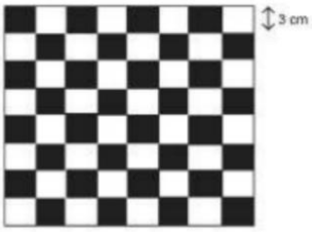


Questão 3: (Fac. Cultura Inglesa SP/2015) Uma pessoa possui um quarto retangular com 5 m de largura por 6 m de comprimento e quer utilizar parte da área do quarto para fazer um closet (pequeno cômodo usado como quarto de vestir), também retangular conforme mostra a figura.



Sabendo que y corresponde a 1/4 do comprimento do quarto, para que a área do closet seja de 4,5 m², a largura x, em metros, deverá ser de?

Questão 4: (ETEC – SP – 2009) O xadrez é considerado mundialmente um jogo de estratégias que utiliza um tabuleiro quadrangular, conforme ilustra a figura a seguir. Considerando que todos os quadrados que compõem o tabuleiro, pretos e brancos, possuem 3 cm de lado, a área total dos quadrados pretos, em centímetros quadrados, é igual a:



Questão 5: Qual é a medida da base de um triângulo cuja área é 240 m2 e cuja altura mede 120 m?

Questão 6: Determine a área de um losango cuja medida das diagonais menor e maior são, respectivamente, 5 cm e 10 cm.

Questão 7: Calcule a área de um trapézio cuja base maior mede (x + 4), a base menor mede x e possui altura igual a 6 cm.

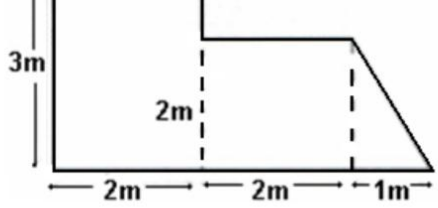
Questão 8: Determine a área de um campo de futebol retangular cujo os lados medem (x + y) e (x – y).

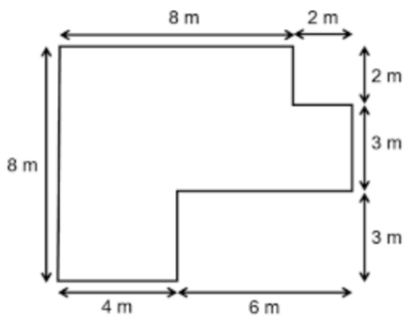
Caro estudante, chegamos ao fim de mais uma sequência de atividades. Na quarta sequência de atividades, vamos retomar os processos de Composição e Decomposição de figuras planas mas agora sem o uso da malha quadriculada e sim usando as fórmulas aprendidas na sequência de atividades anterior.

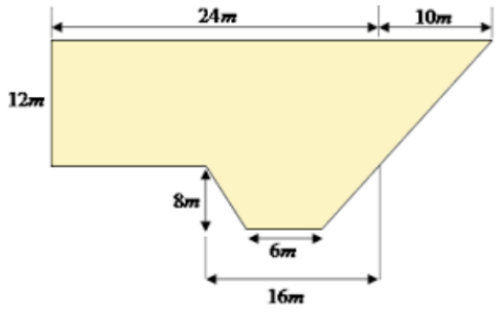
Sequência de Atividades 4 – Composição e Decomposição de Figuras Planas (Parte 2)

Questão 1: Agora é com você. Calcule as áreas a seguir utilizando os métodos de Composição e Decomposição de Figuras Planas juntamente com as fórmulas encontradas anteriormente e coloque em prática o que aprendemos até aqui.

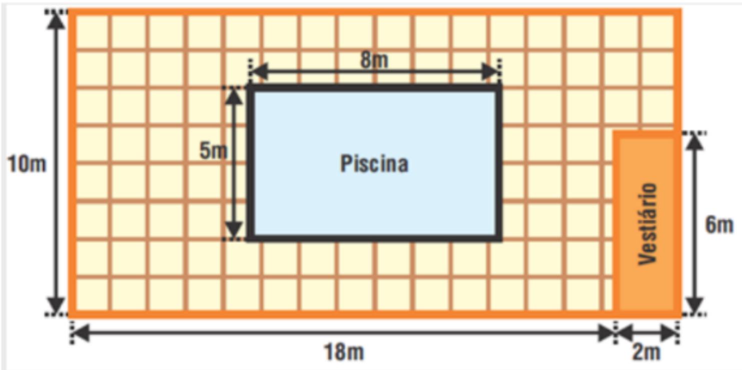
a) 

b) 

c) 

d) 

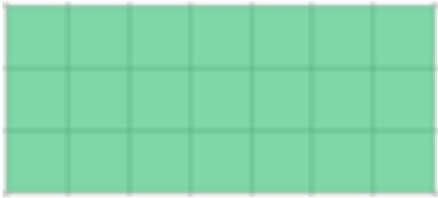
e) Paulo ao construir a sua casa gostou desta planta deste pátio. Então, nesse pátio, a área ladrilhada é:



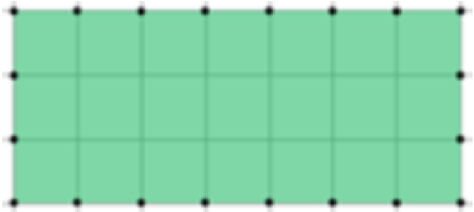
Estudante, você finalizou mais uma sequência de atividades. Na quinta sequência, vamos aprender o que é e como usar o Teorema de Pick.

Sequência de Atividades 5 – Teorema de Pick

Primeiramente vamos ver como o Teorema de Pick funciona. Inicialmente foi construído um retângulo de base de 7 cm e altura de 3 cm, como mostra a figura a seguir:



Para vermos como o Teorema de Pick funciona vamos marcar com pontos pretos as arestas que coincidam com as *bordas* do retângulo, como temos a seguir:



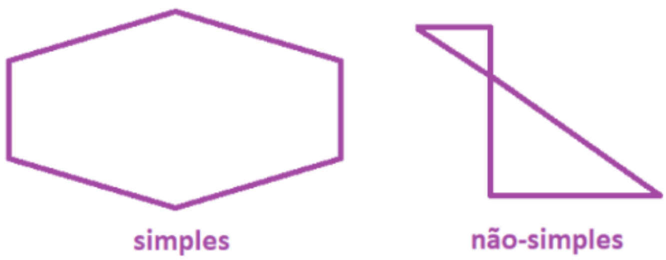
Agora, vamos marcar com pontos amarelos as arestas que estejam *internas* ao retângulo, como mostrado a seguir:

Após realizadas todas as marcações dos pontos internos e os pontos que estão na borda do retângulo, temos uma contagem de 12 pontos amarelos e 20 pontos pretos. A fórmula do Teorema de Pick para o cálculo de áreas é dada por:

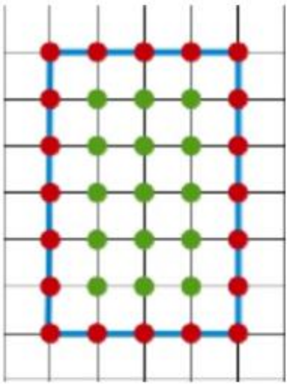
$$Área\ (A) = \frac{Pontos\ na\ borda}{2} + Pontos\ internos - 1$$

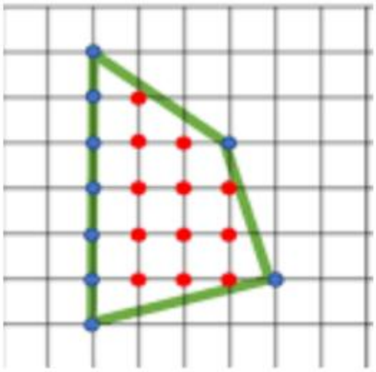
Após a contagem dos pontos, faz a aplicação na fórmula do Teorema de Pick e então calcula a área.

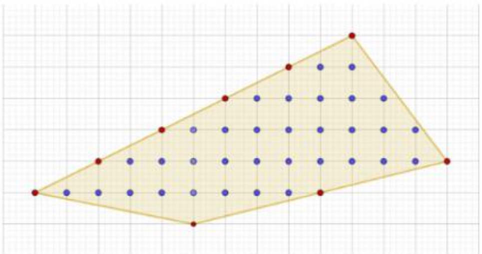
Uma observação importante é que o Teorema de Pick só se aplica a polígonos simples, onde é formado por segmentos consecutivos e que não haja intersecções. Veja a seguir a diferença de um polígono simples e um polígono não simples:

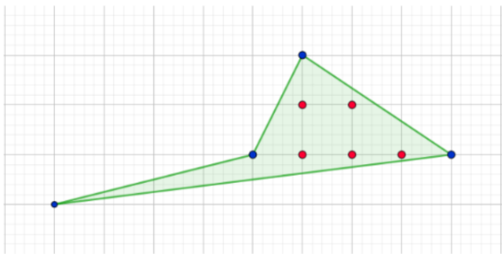


Questão 1: Agora é com você. Calcule as áreas a seguir usando a fórmula do Teorema de Pick.

a) 

b) 

c) 

d) 

Estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental aqui finaliza a primeira parte do módulo didático, espero que tenha ajudado no seu aprendizado e que tenha colaborado para o seu entendimento sobre área de figuras planas. Se você for estudante do Ensino Médio, espero que tenha compreendido também e desejo sucesso na "Parte 2" deste material. Vamos lá?

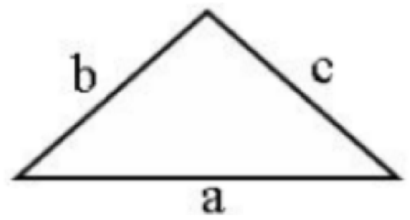
Parte 2

Caro estudante, chegamos na segunda parte deste módulo didático e agora os conceitos que serão abordados aqui é recomendado para os alunos do Ensino Médio. Vamos aprender a Fórmula de Heron e também o cálculo de áreas através de determinante de matriz. Vamos lá?

Sequência de Atividades 6 – Fórmula de Heron

Diferente da fórmula para o cálculo da área do triângulo dada por $\frac{Base\,(B)\ x\ Altura\,(H)}{2}$ como vimos na primeira parte deste material, a Fórmula de Heron é capaz de determinar a área de triângulos sabendo somente as medidas dos lados deles, sem a necessidade da altura.

Considere o triângulo de lados a, b, c abaixo:



A Fórmula de Heron nos dá que:

$$Área\ =\ \sqrt{p.(p\ -\ a).(p\ -\ b).(p\ -\ c)}$$

Em que:

p: semi-perímetro

a, **b**, **c**: lados do triângulo

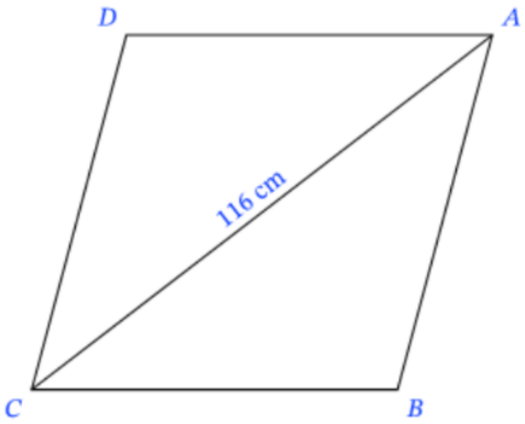
O semi-perímetro é calculado por:

$$p = \frac{(a + b + c)}{2}$$

É possível fazermos aplicações da Fórmula de Heron, como por exemplo: a área de um terreno, de um bairro, de uma cidade etc.

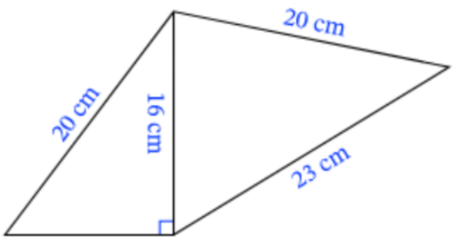
Questão 1: Agora é com você. Calcule as áreas a seguir utilizando a Fórmula de Heron e coloque em prática o que aprendemos até aqui.

a) O perímetro do losango dado é 292 cm e o comprimento de AC é 116 cm. Use a Fórmula de Heron para calcular a área do losango.

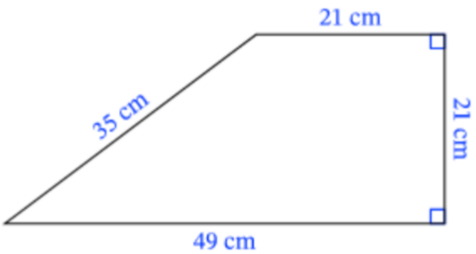


a)

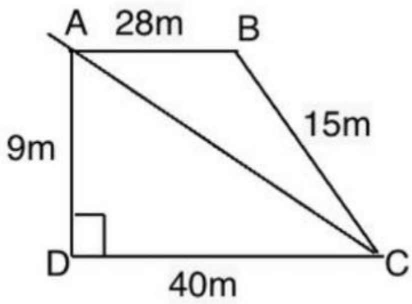
b)



c)



d)



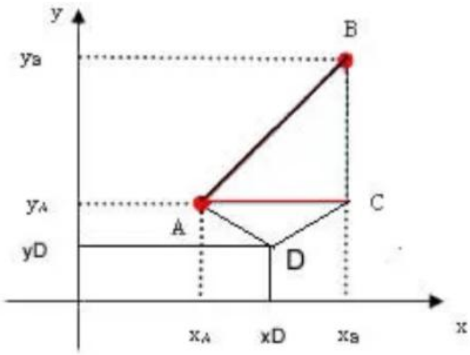
Caro estudante, você finalizou mais uma sequência de atividades. Na última sequência, vamos aprender como usar o determinante de matriz para realizar o cálculo de áreas de figuras planas. Vamos lá?

Sequência de Atividades 7 – Cálculo de Área por meio do Determinante de Matriz

O estudo de determinante de matrizes não está presente somente no campo da geometria analítica, mas podemos utilizá-lo para calcularmos áreas de polígonos.

Veremos a seguir como calcular a área de um quadrilátero na perspectiva analítica da matemática, ou seja, utilizando a geometria analítica.

Considere quatro pontos não colineares arbitrários: A = (Xa, Ya), B = (Xb, Yb), C = (Xc, Yc) e D = (Xd, Yd). Estes quatro pontos formaram um quadrilátero como na figura a seguir:



Usando o procedimento de Decomposição de Figuras Planas, podemos "repartir" este quadrilátero em dois triângulos; o ABC e o ACD. No estudo da geometria plana, a área de um triângulo é dada pela metade do determinante (D) de suas coordenadas, então:

$$Área = \frac{|D|}{2}$$

Para o caso apresentado acima, como temos dois triângulos, a área do quadrilátero ABCD será dada pela soma das áreas dos triângulos ABC e ACD. Ou seja:

$$Área\ (ABCD) = \frac{|D(ABC)|}{2} + \frac{|D(ACD)|}{2}$$

Em que:

$$|D(ABC)| = \begin{vmatrix} Xa & Ya & 1 \\ Xb & Yb & 1 \\ Xc & Yc & 1 \end{vmatrix} \text{ e } |D(ACD)| = \begin{vmatrix} Xa & Ya & 1 \\ Xc & Yc & 1 \\ Xd & Yd & 1 \end{vmatrix}$$

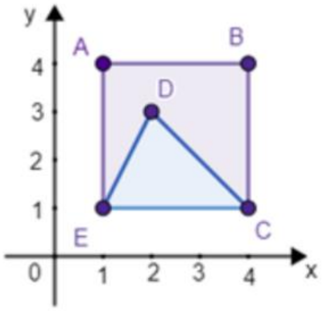
Questão 1: Agora é com você. Calcule as áreas a seguir usando o determinante de matriz e coloque em prática o que aprendemos até aqui.

a) Calcule a área de um triângulo cujo vértices são: A = (1, 1), B = (1, 3) e C = (2, 0).

b) Qual é a área do quadrilátero de vértices A = (1, 5), B = (6, 5), C = (6, 1) e D = (1, 1)?

c) Calcule a área do polígono de vértices A = (4, 0), B = (6, 2), C = (2, 4) e D = (0, 2).

d) Calcule as áreas dos polígonos a seguir:



Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag; MANRIQUE, Ana Lucia; SILVA, Maria José Ferreira da; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília: MEC, 2018.

MOURA, Almir Pereira de. Áreas de figuras planas no 9º ano: um olhar para a organização matemática e didática do professor. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, 2019.

OLIVEIRA, Saulo Macedo de; BORGES, Jeysse Jacyara Oliveira; LOPES, Rieuse. Mapeamento de pesquisas sobre o Teorema de Pick em contextos da Educação Básica no período de 2014 a 2021. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, v. 7, n. 1, 2023.

SANTOS SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos; CRUZ SANTOS, Nerivaldo Honorato da; COUTO, Maria Elizabete Souza; FREITAS MADRUGA, Zulma Elizabete de. Materiais manipuláveis e conceitos geométricos: uma sequência de ensino desenvolvida na Educação de Jovens e Adultos. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, 2020.

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. Boletim GEPEM, n. 65, 2014.