

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS APLICADA EM TEORIA DOS NÚMEROS NO CONTEÚDO DE DIVISIBILIDADE

PROBLEM SOLVING APPLIED IN NUMBER THEORY IN THE CONTENT OF DIVISIBILITY

Amanda Fernandes Lacerda¹

Laryssa Caroline Mendes Oliveira².

Resumo

Este trabalho tem como objetivo mostrar crucialmente a maneira de como a educação, em especial a matemática, se evoluiu em termos de métodos de aprendizagem ao longo do tempo, conforme o alvará das respectivas sociedades. Dentre os métodos que foram abordados no trabalho, destaca-se a Resolução de Problemas, embasado pelas perspectivas de Polya e Allevato, uma ferramenta poderosa para a evolução e estabelecimento do saber, do raciocínio, autonomia e investigação do discente. A metodologia utilizada foi a qualitativa com revisão bibliográfica, e os resultados mostraram a importância da resolução de problemas para o entendimento da divisibilidade e também de outros conceitos trabalhados em matemática.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Teoria dos Números. Divisibilidade.

Abstract

This work aims to show crucially the way in which education, especially mathematics, has evolved in terms of learning methods over time, according to the charter of the respective societies. Among the methods that were addressed in the work, Problem Solving stands out, based on the perspectives of Polya and Allevato, a powerful tool for the evolution and establishment of knowledge, reasoning, autonomy and student investigation. The methodology used was qualitative with a literature review, and the results showed the

¹ Graduanda em Matemática Licenciatura pela Universidade estadual de Goiás (UEG).

² Graduanda em Matemática Licenciatura pela Universidade estadual de Goiás (UEG).



importance of problem solving for the understanding of divisibility and also of other concepts worked on in mathematics.

Keywords: Problem solving. Number Theory. Divisibility.

Introdução

Como se sabe, o ensino da matemática é simples para uma minoria, com apuração de um grupo selecionado, por meio da capacidade de desenvolver o raciocínio matemático, interpretar situações, e o principal, encontrar o “x” da questão.

De fato, essas capacidades deveriam ser desenvolvidas como um todo na formação do educando, conforme destaca Delors (2004), os sistemas educativos devem dar resposta a múltiplos desafios, na perspectiva do fortalecimento contínuo dos saberes e do exercício de uma cidadania, perfazendo as demandas de cada época.

Por muito tempo, tanto no ensino básico, quanto no ensino superior, os componentes curriculares prezam o centro do aprendizado por meio da valorização do resultado do problema, deixando à mercê as possibilidades diferenciadas para o aluno chegar ao resultado, por sua vez, descartando ou ignorando maneiras como a resolução por meio do seu repertório cultural, desenhos, e/ou cálculos com fórmulas que não estão presentes no conteúdo atual estudado, assim como Norma Allevato (2013) defende na palestra ministrada na Universidade Federal de Uberlândia.

Em análise sobre o meio acadêmico, é possível notar a importância de Teoria dos Números por meio dos problemas, conforme destacado na dissertação de Junior



(2013), a existência de um potencial motivador no processo de ensino aprendizagem, por carregar a contextualização e possibilitar maior elaboração de atividades didáticas, com o intuito de desafiar os alunos, consolidar o aprendizado com o conceito de divisibilidade além de promoverem o pensamento conceitual algébrico, apesar de carregar lacunas do desenvolvimento básico.

Nesse sentido, com a intenção de fugir do método da repetição, memorização e treino, como aborda Patruni (2019), o sistema adotado desde o princípio do século XX até metade deste século, consegue abrir os olhos para a resolução de problemas, focada no aluno como centro do processo de ensino, sendo investigador, e o professor, como observador e agente mediador de ações e conjecturas encontradas pelos discentes.

Portanto, é notório que para mudar a realidade do ensino de matemática, é necessário adotar metodologias significativas ou recursos norteadores que sejam capazes de promover a criatividade, investigação, empenho, motivação e o raciocínio matemático. Nesse sentido, atenta-se ao uso da resolução de problemas no contexto da disciplina Teoria dos Números, com enfoque no componente curricular: Divisibilidade.



Referencial Teórico

O ensino da matemática

A educação, de modo geral, sempre se fundamentou nas perspectivas de ensino da sociedade de cada época, assim como traz a frase seguinte:

[...] o trabalho com Educação, atualmente, tem exigido uma postura tal de seus profissionais que todas as alternativas de práticas pedagógicas implementadas e as novas abordagens que se têm experimentado representam mais tentativas de acompanhar o dinamismo da sociedade atual, do que soluções ou encaminhamentos duradouros e definitivos. (ALLEVATO, 2014, p. 210).

Nesse sentido, o ensino da matemática segue esse mesmo viés de modelamento, ou seja, conforme o alvará dado pela sociedade.

De fato, este modelo que persistiu por muito tempo e ainda possui vestígios nos dias de hoje se dá pelo tradicional, originado no século XVIII, uma forma que se consolida no professor como o detentor e transmissor do saber, e o aluno como o receptor desse conhecimento. (LEÃO, 2010).

Por conseguinte, tal modelo foi muito criticado por diversos historiadores, sociólogos e estudantes da educação, por não serem coniventes com a situação de se aprender “calado”, por meio de repetições e sempre na “mesmice”, e em destaque, pela forma de acumulação e retenção de conceitos. Desse modo, surgiram outros modelos recorrentes deste, como o de Paulo Freire, Montessori, e tendências



pedagógicas como as que se subdividem em liberais e progressistas, simplesmente pelo fato da sociedade exigir essa mudança na educação cada vez mais.

A Educação Matemática está modelada para produzir conhecimento matemático apropriado, com compreensão e habilidades para diferentes populações de estudantes. A emergência de uma economia mundial altamente competitiva e tecnológica tem, fundamentalmente, ampliado as demandas da Educação Matemática. Essas mesmas mudanças têm feito crescer as demandas de uma alfabetização matemática para a participação responsável e informada de uma sociedade moderna democrática. (ONUCHIC, 2013, p. 91).

Portanto, estes sistemas por sua vez, buscam e se fundamentam na concepção de formar o aluno para a vida em sociedade, para possível prosseguimento dos estudos, se tornar um cidadão crítico e investigador, e, principalmente, um ser autônomo na sua forma de pensar para estabelecer estratégias em qualquer âmbito de conhecimento.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular, deve existir a formação integral do aluno. Neste mesmo entendimento, Junior (2013) declara que é necessário adotar situações problemas que desafiam desde o Ensino Fundamental em auxílio do processo de abstração, retomando ao letramento algébrico, em expressar seu raciocínio por meio de símbolos (letras, incógnitas, variáveis, números e constantes), e então, aplicar o conhecimento matemático para solucionar os problemas.

Logo, mesmo que o ensino no campo da matemática viva em detrimento das configurações citadas, há diversos autores, professores, alunos, pais e responsáveis que vêm lutando para a mudança de paradigma de que o aluno pode aprender por meio do processo, e não somente da resposta pronta e acabada, assim como pode desenvolver saberes para a vida em sociedade e por meio dela, pois como afirma



Allevato (2013) aspectos como criatividade, habilidade para trabalhar em equipe, naturalidade no enfrentamento de novos problemas, autodidatismo, autonomia intelectual, entre outros, vêm sendo apontados para as novas exigências na educação matemática.

Resolução de problemas

Em decorrência do Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), a Educação tem lutado por mudanças curriculares, mas ainda não atingiu a força necessária para alterar algumas práticas docentes. Logo, a matemática ainda é marcada pelo seu ensino de formalização de conceitos e formas mecânicas.

Alguns autores como Polya (2011) e Allevalo (2013), descrevem os passos para se aplicar na resolução de problemas, como ponto de partida das atividades matemáticas, além de discutir os caminhos para se fazer matemática em sala de aula, no mais, um laboratório de investigação.

Para Polya (1995, p. 12):

A Resolução de Problemas apresenta um conjunto de quatro fases: 1º Compreender o problema; 2º Elaborar um plano; 3º Executar um plano; 4º Fazer o retrospecto ou verificação (serve para despertar e corrigir possíveis enganos).

Desse modo, as fases de Polya consistem em resolver um problema com o objetivo de encontrar o percurso que ainda não é conhecido, além de contornar



obstáculos para alcançar o objetivo traçado, por meios adequados, atentando às condições de estudo dos alunos. (PONTES, 2019).

Por meio da experiência de Patrini (2018) ao usar o método de Polya, enfatiza no seu texto “O ensino da matemática através da resolução de problemas que:

Durante a realização do meu estágio e pesquisa, minha maior dificuldade foi em relação à falta de compreensão por parte dos alunos, diante da leitura das atividades propostas, pois os mesmos decodificaram os símbolos e os códigos, mas não conseguiam entender o que diziam os enunciados (PATRINI, p. 176, 2018).

Sobre a fala da autora, o processo de ensino e aprendizagem persiste em compreender os dados de um problema; tomar decisões para resolvê-lo; estabelecer relações; saber comunicar resultados; ser capaz de usar técnicas já aprendidas. Baseado na dificuldade obtida na a realização do estágio e pesquisa, para Lester (1994) é possível encontrar três razões pela qual os estudantes não conseguem resolver problemas, sendo elas: a resolução de problemas se torna uma atividade intelectual meramente complexa; há falta de saber para aplicar na resolução de problemas; são poucas atividades que oportuniza aos alunos de envolver com a resolução de problemas.

Percebe-se que, por mais que as instituições cobrem uma bagagem maior de conhecimento, os alunos não sabem da sua aplicabilidade, não carregam a construção do conceito. Visto que, o aprendizado narra “um pronto e acabado”, principalmente na disciplina de matemática.

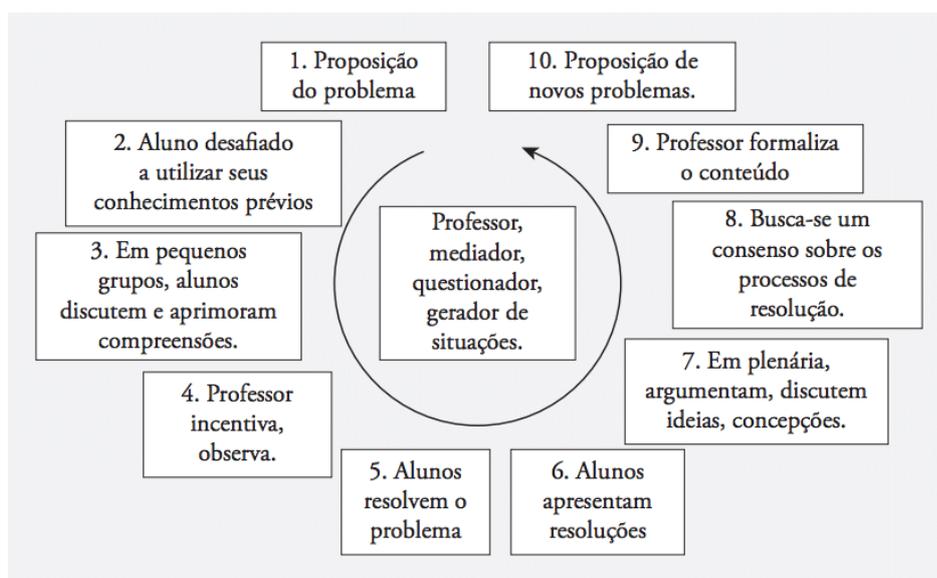


Logo, é preciso criar ambientes instigadores para o ensino de matemática, de forma que os alunos possam produzir matemática e compreender todo o processo de construção dos conceitos matemáticos. (SILVA *et al.*, 2017).

Convém lembrar que, o currículo de matemática na educação básica deve estar adequado com as exigências do século atual, ainda assim, com o meio tecnológico, a utilização de resolução de problemas, desde as séries iniciais da educação básica, a fim de promover papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem de matemática, pois induzirá a criança a pensar, calcular e tomar decisões. (PONTES, 2019).

Seguido os passos de Polya (2011) e as instruções de Norma Allevalo (2013) o diferencial de usar a resolução de problemas antes de adentrar o conteúdo, fazendo a construção do conceito por meio da solução de um problema, é importante e pode ser realizado conforme mostra a Figura 1 a seguir.

Figura 1- Instruções para resolução de problemas



Fonte: Allevato & Vieira (2016).

Em função do quadro acima, Cidimar Andreatta (2020), fez uma pesquisa de doutorado com objetivo de investigar como se dá o processo de aprendizagem dos alunos em uma escola de comunidade rural, aplicando a resolução e elaboração de problemas.

À princípio, foi proposto um problema envolvendo as sacas de café, este que perfaz o cotidiano dos alunos, oportunizando sentido, capaz de despertar indagações, e não conduz a uma resposta direta.

É válido reafirmar o tipo de problema proposto, ao passo que diferenciar de um exercício, como pontua Maia e Proença (2016), é uma das práticas simplórias, mas que causam dificuldade para o professor. De certo, o problema deve constituir um desafio em que os alunos, capazes de propiciar uma sequência de ações, e então, vão em busca de obter os resultados.

Contudo, são perceptíveis a liberdade e a criatividade que o professor dá aos discentes quando vão resolver os problemas, criar suas hipóteses, contestar uma afirmação ou outra, sendo capaz de chegar no resultado e entender todo processo. Além disso, reformular outros problemas e ver sua aplicabilidade no dia a dia, de certa forma, se quebra a ideia de abstração e exclusão dotada em matemática.

Teoria dos Números



“A matemática é a rainha das ciências, e a teoria dos números é a rainha da matemática”.

Carl Friedrich Gauss

Em consonância com o método de ensino por meio da resolução de problemas, é notório que a teoria dos números, sendo a área na qual se estudam as propriedades e as relações entre os números, Junior (2013), traz em seu modelo de estudo uma pauta consolidada em provações.

Todavia, ela amplia e valida essas provações aos mecanismos e vertentes considerados não conceituais, que possam tornar a tese verdadeira, ou seja, ela não estabelece apenas o meio dos conceitos, mas também acata o pensamento por esses outros meios de quem o resolve, algo embasado e de extrema pertinência no ramo da resolução de problemas.

Prova disso, Junior (2013) faz um trabalho de suma importância, tendo como objetivo rever e mostrar aos professores de Matemática que atuam na Educação Básica, a pertinência dos conceitos relacionados à Teoria dos Números como ferramentas na resolução de diversas situações problemas que envolvem a divisibilidade.

O tema de divisibilidade carrega consigo o desenvolvimento do raciocínio lógico, de forma que estimule os alunos a ter interesse em matemática, refine o pensamento aritmético, e desenvolva a capacidade de manipular conceitos e propriedades dos números inteiros de maneira clara e objetiva. (BERTONE, 2014).



Em complementação ao trabalho de Junior (2013), segue abaixo um exercício de teoria dos números retirado da tese de doutorado de Reis (2014, p. 25), que pode ser encarado como um problema, adequado aos passos de Polya.

Questão: Nas turmas de sextos anos de uma escola há 198 alunos, e nos sétimos anos há 189 alunos. Para realizar um trabalho comunitário, os alunos serão organizados em grupos do maior tamanho possível, todos com o mesmo número de alunos e sem que se misturem alunos de anos diferentes.

- a) Qual é o número máximo de alunos que pode haver em cada grupo?
- b) Nesse caso, quantos grupos serão formados em cada ano?

Nesse caso, pode-se analisar que o aluno não precisaria necessariamente de resolver ambas as perguntas por meio de contas, seja por divisão, fatoração, ou outros métodos matemáticos, mas poderia optar, por exemplo, por separar objetos quaisquer e fazer uma correspondência biunívoca com cada aluno até conseguir chegar ao resultado, ou seja, ele pode ser desafiado a resolver tal questão à proporção de seus conhecimentos previamente adquiridos, como sugere o segundo passo de Allevato (2013).

Segundo relato de Reis (2014, p. 66), "Durante o processo de resolução, os alunos discutiram ideias sobre os caminhos a seguir, a lógica de algumas situações trabalhadas tanto da teoria quanto dos problemas propostos e souberam organizar com qualidade as respostas desenvolvidas", portanto percebe-se que traçaram justamente o que se esperava na resolução dos problemas, segundo Polya.

Em harmonia, segue-se abaixo uma das possíveis resoluções propostas Reis (2014, p. 25) de onde as questões foram retiradas:



Solução a): Sabemos que $198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$ e $189 = 3^3 \cdot 7$, logo, o número de alunos em cada grupo será o maior divisor comum aos dois números, nesse caso, 3^2 . Portanto, o número máximo de alunos em cada grupo será 9.

Solução b): Serão formados $198 : 9 = 22$ grupos de sextos anos e $189 : 9 = 21$ grupos de sétimos anos.

É certo que, o trabalho de Reis (2014) traz importante oportunidade para professores, alunos, leitores e curiosos de conhecer teoria, problemas e métodos de resolução, com linguagem simples, além de ser uma abordagem ampla de aplicações na teoria de resolução dos problemas incluídos nos livros didáticos, apostilas de concursos ou mesmo em grupos de estudos para a preparação de alunos para as olimpíadas.

Contudo, por mais que esta disciplina seja mais teórica, conceitual, e ainda ser desenvolvida em grande parte, de forma tradicional, sem qualquer construção originada por parte dos alunos, apenas aceitar as validades propostas pelos professores, Reis (2014) e Junior (2013), os autores demonstram na prática, o uso da resolução de problemas a partir dos mesmos materiais de estudos, porém, com apropriação e desencadeamento dos discentes usando as fases de Polya e/ou Allevato.

Conclusão

Não há dúvidas de que, os estudos oriundos e ocasionados por meio das experiências tanto de professores, quanto de alunos, historiadores e sociólogos da educação, proporcionaram os métodos de educação que se tem hoje, com destaque no meio matemático.



Apesar de ainda permanecerem tradicionalismos nesse ensino, já se desencadeou partes consideráveis das vicissitudes que se tinham, e cada vez mais ganha-se espaço o ensino que cultiva a autonomia, o saber, o raciocínio, a investigação e o gozo pelo aprender.

Sabe-se ainda que, doravante a esses métodos inovadores de ensino, nenhum terá cem por cento (100%) de eficácia ou será uma ferramenta milagrosa, porém, elas facilitam a mediação até o conhecimento, desencadeiam dinamicidade e recursos para a prática docente. De acordo com Gazzoni & Ost (2008, p. 44) a resolução de problemas deve ser feita:

Utilizando-se o método proposto por Polya, constata-se que, com mais facilidade, organizam-se as ideias e se obtém a solução do problema com uma melhor compreensão do que se não tivéssemos seguido seu método. Também é possível encontrar problemas análogos e tornar mais clara uma estratégia para sua resolução. Certamente esse método não é uma ferramenta milagrosa, mas torna-se necessário e eficiente seu uso em um grande número de problemas, principalmente os que apresentam um maior nível de dificuldade.

Com base na concepção de Onuchic e Allevato (2011), no processo de ensino, aprendizagem e avaliação de matemática, a partir da resolução de problemas, o aluno desenvolve além de habilidades de investigação, a busca em seu repertório cultural, sendo que os discentes passam fazer diversas conexões com os conteúdos de matemática, gerando novas propostas e novos conceitos.

Vale lembrar que, ao aluno seguir os passos de Allevato na resolução de problemas, desperta o senso crítico, a desenvoltura de investigação, sendo respeitoso a opinião dos outros alunos, até chegar a um consenso e finalmente ao resultado, verificando cada etapa e a evolução do pensamento sobre o problema proposto.



Por outro lado, a compreensão desse processo remete a ampliação do aprendizado para diferentes contextos, quebrando as dificuldades apontadas pela Patrini (2018) no seu trabalho, ou mesmo no meio escolar, quando aluno diz não saber onde usar o conteúdo.

Além disso, a resolução de problemas é capaz de dar ao aluno o gosto pela pesquisa, pela matemática, ser provedor do seu conhecimento, sob mediação e auxílio do professor na formulação de conceitos, dando, portanto, a oportunidade de manifestar suas inquietações e não apenas absorver os conteúdos ensinados pelo docente.



Referências bibliográficas

ALLEVATO, Norma Suelly Gomes. **Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos**. Revista Vidya. Santa Maria, 2013. Pág. 209 a 232. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/26/214>. Acesso em: 22 jun. 2021.

BARBOSA, J. C. **Teoria dos números no ensino básico: um estudo de caso no 2º ano do Ensino Médio**. Recife, 2017. Universidade Federal Rural do Pernambuco. Acesso em: 22 jun. 2021.

BERTONE, Ana Maria Amarillo. **Introdução à Teoria dos Números**. Uberlândia, MG. UFU, 2014, 202p. Acesso em: 24 jun. 2021.

JUNIOR, L. J. **Teoria dos números: um estudo com resolução de problemas na educação básica**. Londrina, 2013. Dissertação de mestrado da Universidade Estadual de Londrina. Acesso em: 22 jun. 2021.

LEÃO, Maria Maciel. **Paradigmas Contemporâneos de Educação: Escola Tradicional e Escola Construtivista**. 2014. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/cp/a/PwJJHWcxknGGMghXdGRXZbB/?lang=pt>. Acesso em: 23 jun. 2021.

"Linha Tradicional" em *Só Pedagogia*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2021. Disponível na Internet em: <http://www.pedagogia.com.br/conteudos/tradicional.php>. Consultado em: 23 jun. 2021 às 17:19.

ONUCHIC, L. R. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos?**. IV Jornada Nacional de Educação Matemática. 17º Jornada Regional de Educação Matemática. Universidade de Passo Fundo. 2012. Disponível em: <http://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/3509>. Acesso em: 22 jun. 2021.

PATRUNI, S. I. L. G. **O ensino da matemática através da resolução de problemas**. Disponível em: <https://revistaselectronicas.ujaen.es/index.php/riai/article/view/4180/3405>. Acesso em: 22 jun. 2021.



PONTES, E. A. S. Método de Polya para resolução de problemas matemáticos: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. Revista Holos, 2019. Instituto Federal de Alagoas. Disponível em: <http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/6703/pdf>. Acesso em: 22 jun. 2021.

REIS, C. C. Oficina de aritmética: o uso dos números primos na resolução de problemas e algumas curiosidades. Universidade Federal do Espírito Santo- Centro de Ciências Exatas- Departamento de Matemática. Vitória- ES, 2014. Disponível em: <http://repositorio.ufes.br/handle/10/4822>. Acesso em: 22 jun. 2021

Recebido em: 09/10/2021.

Aprovado em: 04/05/2022.

