A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO: UMA PROPOSTA COM A ESCALA CUISENAIRE

THE CONSTRUCTION OF THE CONCEPT OF ADDITION AND SUBTRACTION: A PROPOSAL WITH THE CUISENAIRE SCALE

Ryanne Ribeiro Moreira[8]
Ana Paula de Almeida Saraiva Magalhães[9]

RESUMO: a escala Cuisenaire é um recurso didático que proporciona uma maneira concreta de compreender conceitos matemáticos abstratos. Por ser um material manipulável, permite que os estudantes experimentem e explorem diferentes abordagens para resolver problemas matemáticos, promovendo a criatividade e a autonomia. Sendo assim, este trabalho tem por objetivo analisar como a escala cuisenaire pode contribuir na construção do conceito da adição e subtração. Para o desenvolvimento da pesquisa e da proposta de ensino, foram realizados estudos teóricos em livros e artigos. Com isso esperamos que professores adotem esse recurso para ajudarem seus estudantes a construírem conceitos básicos de matemática.

Palavras-chave: Escala Cuisenaire; Recurso Didático; Conceitos; Ensino da Adição e Subtração.

ABSTRACT: The Cuisenaire Rods are a teaching resource that is not widely known among educators but offers students a concrete way to understand abstract concepts. As a manipulable material, it allows students to experiment and explore different approaches to solving mathematical problems, fostering creativity and autonomy. Therefore, this work aims to analyze how Cuisenaire Rods can contribute to constructing the concepts of addition and subtraction, supported by a teaching proposal. For the research and development of this teaching proposal, theoretical studies were conducted using books and articles. We hope that teachers will adopt this resource to help their students build fundamental mathematical concepts.

Keywords: Cuisenaire Scale; Teaching Resource; Concepts; Teaching Addition and Subtraction.

INTRODUÇÃO

Nos anos iniciais do ensino fundamental, as operações básicas da matemática são geralmente introduzidas de maneira tradicional, desprovida de contexto e de modo abstrato, o

---

[8] Graduanda do Curso de Matemática da UEG, Câmpus CET. E-mail: ryanneribeiro11@gmail.com

[9] Doutora e Mestre em Educação Ciências e Matemática, pela Universidade Federal de Goiás, Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Goiás, Professora do curso de Matemática da UEG, Câmpus Central Anápolis - CET Henrique Santillo, E-mail: ana.magalhaes@ueg.br

que prejudica consideravelmente a compreensão dos estudantes, assim como diz D'Ambrosio (1989):

> A típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiros graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, cópia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D'Ambrosio, 1989, p. 15)

Nesse sentido, a falta de interação entre a teoria e a prática no ensino de conteúdos matemáticos, continuam sendo ensinados, com raras exceções, de forma mecânica e dissociados de conceitos e significados. D'Ambrosio (1989) também nos diz que, muitas vezes, os professores apresentam a matemática como um conjunto de conhecimentos já finalizados e perfeitamente estruturados. Os estudantes raramente têm a chance de criar ou explorar soluções alternativas, o que limita sua participação no processo de aprendizado. Como resultado, acabam acreditando que seu papel nas aulas de matemática é meramente passivo e, por isso, desmotivante.

Em relação às quatro operações, Félix (2004), salienta que um dos fatores que contribui para a dificuldade dos estudantes na resolução de problemas, é a forma como a escola aborda as operações aritméticas. Em vez de explorar as diversas ideias que cada operação pode suscitar, a escola tende a focar em um único conceito para cada operação. Esse enfoque limitado, leva ao que se chama de "reducionismo conceitual". Como resultado, quando os estudantes se deparam com problemas que requerem uma abordagem diferente da ensinada, eles não conseguem identificar o procedimento adequado. Por exemplo, se a subtração é ensinada apenas como "retirar", os estudantes podem ter dificuldades em resolver problemas que envolvem a ideia de "quanto falta para", pois essa situação, não foi explorada nas aulas.

Nos anos iniciais do ensino fundamental, a criança faz a elaboração de seus primeiros conceitos acerca da adição e subtração. Muitas vezes os estudantes em busca da solução da resposta, abarcam a adição como "ganhou" e a subtração como "perdeu". De acordo com Vergnaud (1989/1990, p. 8 *apud* Freitas, 2005), as crianças tendem a conceber a adição como uma quantidade que cresce, enquanto a subtração, é percebida como uma quantidade que decresce.

Por outro lado, a BNCC (Brasil, 2018), leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias são fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes e devem ser transformadas em objetos de conhecimento no ambiente escolar. O documento também orienta, que a aprendizagem em Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, esteja diretamente ligada à compreensão dos conceitos, ou seja, à atribuição de significados aos objetos matemáticos, sem desconsiderar suas aplicações práticas. Esses significados são construídos por meio das conexões que os estudantes fazem entre os objetos matemáticos, o seu cotidiano e os diversos temas matemáticos. Nesse contexto, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, desempenham um papel crucial na compreensão e uso das noções matemáticas. No entanto, é fundamental que essas ferramentas sejam utilizadas em situações que promovam a reflexão e a sistematização, a fim de desencadear o processo de formalização do conhecimento.

Nesse contexto, a Escala Cuisenaire é um recurso didático que pode ser utilizado para abordar essas ideias. Por ter blocos de tamanhos e cores diferentes, esse material auxilia na visualização dos estudantes, facilitando sua compreensão em relação às características dos números e sua composição. Ainda mais, as peças podem ser facilmente alocadas em conjuntos para trabalhar conceitos de composição e equivalência (Miranda, 2019).

Miranda (2019), ainda destaca que, a escala contribui para a compreensão do conceito de número, de antecessor e sucessor, e auxilia no aprendizado das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de suas propriedades. Também, fornece aos estudantes uma maneira concreta de compreender os conceitos abstratos, tornando-os mais claros. Por ser um material manipulável, permite que os estudantes experimentem livremente e explorem diferentes abordagens para resolver problemas matemáticos, promovendo a criatividade e a autonomia no aprendizado.

De acordo com estas discussões, o objetivo deste trabalho é analisar como a Escala Cuisenaire pode contribuir na compreensão do conceito de adição e subtração e também instruir os professores em relação a utilização desse material. Com esse propósito, o artigo em questão, destaca as características do material, aborda o ensino da adição e subtração e apresenta uma proposta de ensino da adição e subtração, utilizando a Escala Cuisenaire.

1 ESCALA CUISENAIRE: UM RECURSO PARA ENSINAR OS CONCEITOS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

A aprendizagem de conceitos matemáticos é um processo gradual que demanda o envolvimento dos estudantes, avançando de experiências concretas para abstrações. Assim, o ensino de novos conceitos matemáticos, independentemente do nível, pode começar no contexto concreto, onde os estudantes têm a oportunidade de experimentar e manipular materiais físicos, antes de avançar para o estágio abstrato, em que trabalham apenas com símbolos e representações. De acordo com essa premissa, os materiais concretos atuam como recursos preponderantes na aprendizagem da matemática. Passos (2004), argumenta que é essencial reconhecer que esses materiais devem atuar como mediadores, promovendo uma interação dinâmica entre professor, estudante e conhecimento durante o processo de construção do saber.

Por outro lado, muitas vezes, mesmo quando os professores utilizam materiais manipuláveis, os estudantes têm dificuldade em conectar essas experiências concretas com os conceitos formais da matemática. Alguns materiais são escolhidos para as atividades em sala de aula porque os professores consideram que eles têm relações implícitas que são especialmente importantes. No entanto, "não há garantia de que os estudantes percebam essas mesmas relações nos materiais da mesma forma que os adultos" (Matos e Serrarina, 1996, p. 4 *apud* Passos, 2004).

Em algumas circunstâncias, o uso de materiais concretos pode até mesmo ser mais eficaz do que o livro didático. Portanto, defendemos que a implementação de atividades concretas, onde os estudantes podem manipular objetos e vivenciar experiências diretas, expostos a uma variedade de objetos e atividades, tendem a desenvolver imagens mentais mais claras e representações mais completas de ideias abstratas. Isso provocará uma mudança significativa no papel do professor e na dinâmica da sala de aula. O professor passa a desempenhar menos o papel de transmissor de conhecimento e mais o de facilitador do processo de aprendizagem da criança, promovendo e orientando a aprendizagem, em vez de simplesmente ensinar de maneira direta. Além disso, Passos (2004, p. 8), destaca que "a escolha de um material didático requer que o professor faça reflexões teórico-pedagógicas sobre o papel histórico do ensino da matemática, com o objetivo primordial de efetivamente ensinar matemática".

Em relação às quatro operações, Dante (2017) nos diz que é essencial que os estudantes utilizem materiais concretos para realizar adições e subtrações de forma concreta, permitindo-lhes posteriormente comparar seus resultados com registros feitos nos algoritmos. E que ao praticar várias adições e subtrações com auxílio de materiais concretos, os estudantes gradualmente adquirem domínio dos conceitos matemáticos envolvidos. Com o tempo, percebem que os algoritmos simplificam os cálculos, especialmente quando lidam com números maiores.

Considerando o conceito de agrupamento através da formação de grupos, Félix (2004) enfatiza a importância de utilizar diferentes materiais estruturados no processo de numerização, como a Escala Cuisenaire. O trabalho com esse material possibilita o desenvolvimento do pensamento matemático e a introdução de conceitos como número, antecessor e sucessor e na realização de decomposições numéricas. Além disso, permite trabalhar com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, bem como suas propriedades.

O material consiste em 10 peças distintas, cada uma com uma cor e um comprimento específicos, variando de uma unidade de uma peça para a próxima, de forma que cada peça tem um valor específico, conforme a figura 1 e o quadro 4. A primeira barra é branca (cor de madeira) e representa uma unidade; o valor numérico atribuído a esta barra define os valores das demais.

Figura 1 - Escala Cuisenaire

Fonte: Elaborado pela autora.

Em relação a propagação da Escala Cuisenaire, como recurso para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da matemática, destaca-se que esse recurso foi desenvolvido pelo professor belga Èmile Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980). Segundo Miranda (2019), foi em 1945 que Cuisenaire começou a desenvolver barras de papelão colorido para ajudar na aprendizagem de um de seus estudantes que enfrentavam dificuldades com matemática na escola primária onde lecionava. Ele testou e aprimorou o material durante cinco anos, até que, em 1950, as barras adquiriram as características atuais de comprimento e cor. A partir de 1953, o método começou a ser disseminado por meio de mais de duas mil conferências em universidades ao redor do mundo. Em 1954, o professor Caleb Gattegno, da Universidade de Londres, fundou a Cuisenaire Company, iniciando a introdução do método em países de todo o mundo. Caleb Gattegno desempenhou um papel fundamental na disseminação global do material de Cuisenaire. Ele escreveu diversos livros para orientar o desenvolvimento do que chamou de Método Cuisenaire-Gattegno, utilizando o material criado por Georges Cuisenaire.

Este material é organizado com base em princípios matemáticos, como os conceitos de adição e subtração, e, ao usá-lo para o ensino da adição e da subtração, o estudante realiza uma troca simbólica: ao formar um grupo de dez, ele substitui os dez itens por uma barra que representa a dezena. Esse processo de troca é mais complexo, tanto psicologicamente quanto em termos de construção do conhecimento, do que o simples ato de agrupar dez itens por meio de amarração, feito pela própria criança. Portanto, a Escala Cuisenaire deve ser introduzida após as crianças terem tido experiências com materiais como palitos ou canudos, onde elas mesmas criam os grupos de dez, mas, sobre composição e decomposição de números, podem ser trabalhadas utilizando o material, porém, para utilizar a Escala Cuisenaire nas operações, é necessário que o estudante saiba composição e decomposição numérica. É fundamental que as trocas não sejam introduzidas antes de os agrupamentos terem sido amplamente explorados pelas próprias crianças. Após a consolidação da compreensão das quantidades, o professor pode então avançar para atividades que envolvem trocas, como substituir dez cubinhos por uma barra que vale dez.

2 O ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES, COM FOCO NA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Em relação ao ensino das quatro operações nos anos iniciais do ensino fundamental, Bittar e Freitas (2005), dizem que a ênfase não deve ser colocada nos algoritmos e nas propriedades das operações em detrimento da compreensão do significado dessas operações. Isso não implica que as técnicas e algoritmos devam ser excluídos, mas sim que não devem ocupar uma posição central ou exclusiva na aprendizagem das operações aritméticas. As propriedades das operações devem ser introduzidas aos estudantes através de exemplos práticos, sem a exigência de que as memorizem; ou seja, é importante que os estudantes percebam por meio de situações práticas que, por exemplo, a ordem dos fatores não altera o produto, mas não é necessário que aprendam o nome dessa propriedade ou a memorizem.

Em relação aos algoritmos, é essencial entender que as crianças os compreenderão ou usarão de forma natural após várias exposições. Portanto, é provável que muitas crianças não compreendam ou saibam usar os algoritmos, mesmo após tê-los visto várias vezes. Com isso, a retomada espiral dos conteúdos, em diferentes níveis e contextos, incluindo os algoritmos, é fundamental para a verdadeira aquisição do conhecimento. Portanto, a criança pode e deve utilizar outros métodos para realizar seus cálculos e não deve ser penalizada se não dominar um algoritmo específico. Ao contrário, deve-se encorajar o estudante a criar seus métodos e discuti-los em grupo, desenvolvendo assim sua capacidade de comunicação e de ouvir os outros, além de estimular sua criatividade, o que é essencial para o pensamento matemático.

Smole e Muniz (2013), dizem que ao se trabalhar com operações matemáticas de dois ou mais algarismos, a posição ocupada por cada algarismo desempenha um papel essencial na execução de uma operação matemática. Assim, os autores destacam que:

> Para efetuar um cálculo, é possível proceder de vários modos, porém nenhuma metodologia dará resultados satisfatórios se o sistema de numeração decimal não tiver sido apreendido. O valor posicional dos algarismos tem papel fundamental na materialização de uma operação. (Smole e Muniz, 2013, p.27).

Bittar e Freitas (2005), também nos fala que o algoritmo deve ser desenvolvido utilizando materiais concretos, no caso da adição e subtração, e posteriormente transposto para o quadro valor de lugar (unidade, dezena, centena). Tal como, ao abordar a adição de números com duas ou mais casas decimais, é necessário revisitar o conceito de valor posicional, ou seja, adotar uma abordagem em espiral que facilite a compreensão desse conceito. Dessa forma, um conceito já apresentado é retomado, não como mera repetição, mas ampliando o campo de estudo. Isso significa que a discussão sobre o valor posicional é revisitada, desta vez com foco em números de duas ou mais casas decimais e na realização de operações entre eles.

Dante (2017), destaca que na construção dos conceitos básicos das operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão), é crucial que os estudantes realizem cálculos manualmente, ou seja, utilizando materiais concretos. Assim como diz Félix (2004, p. 126), “Somente quando o estudante tem a oportunidade de agir concreta e psicologicamente sobre os objetos é que irá ser agente de construção de seu próprio conhecimento matemático". Isso lhes permite identificar padrões, desenvolver habilidades de cálculo e internalizar a importância da sequência na execução dos algoritmos. Esses aspectos educacionais, como atenção, cuidado e disciplina mental, são fundamentais e aplicáveis em diferentes contextos da vida cotidiana. Portanto, é essencial que os estudantes tenham experiência desde cedo com essas práticas, seja por meio de cálculos mentais, práticos ou algorítmicos.

Em relação ao entendimento das crianças sobre adição e subtração, Nunes e Bryant (1997, *apud* Freitas, 2005) argumentam que este entendimento se aprimora à medida que elas conseguem relacionar sua compreensão inicial dessas operações com novas situações e à medida que são capazes de aplicar diferentes contextos ao raciocinar sobre adição e subtração.

De acordo com esses mesmos autores, o domínio da adição e subtração se desenvolve nas crianças entre os 5 e 7 anos de idade. Nesse estágio, elas conseguem realizar adições sem a necessidade de representar quantidades com material manipulável, utilizando um número para representar o primeiro montante e contando a partir dele, enquanto representam apenas o segundo montante com o material ou com os dedos. Essa forma de abordagem da adição está relacionada à compreensão da propriedade de composição da adição dos números.

Dante (2017) ressalta, em seu livro didático do 2º ano do ensino fundamental, que a capacidade dos estudantes em resolver problemas que envolvem as quatro operações aritméticas, está intrinsecamente ligada ao seu domínio dos conceitos subjacentes, tais como as noções de adição (juntar e acrescentar) e subtração (tirar, completar, comparar e separar). Bittar e Freitas (2005), também faz essa ressalva em relação aos conceitos da adição e subtração, complementando que essas, são noções intuitivas que devem fundamentar o estudo dessas operações, e que é importante explorar diversas situações em que a criança possa aplicar as operações, permitindo assim que ela compreenda os conceitos de forma significativa.

Nessa direção, Freitas (2005) relata que à medida que as crianças passam a compreender a adição e subtração como operações inversas, elas desenvolvem uma compreensão mais ampla e profunda sobre o funcionamento das operações matemáticas. Essa percepção em relação a inversão das operações, facilita a resolução de problemas de montante ausente, em que é necessário descobrir a quantidade que falta, a partir de uma quantidade inicial ou final. Por exemplo, "Tinha 8 balas e agora tenho 15, quantas balas ganhei?", as crianças podem usar a subtração para descobrir o montante ausente (De 8 balas para completar 15 balas, são 7 balas, ou seja, 15 - ? = 8). Da mesma forma, se o problema for de subtração, como "Eu tinha 15 balas e agora tenho 8, quantas perdi?", elas podem utilizar a adição (8 + 7 = 15) para verificar o resultado. Essa relação entre as operações opostas permite que as crianças desenvolvam estratégias mais flexíveis para resolver problemas, aplicando o raciocínio reverso e desenvolvendo habilidades essenciais para o pensamento algébrico no futuro (Freitas, 2005).

2.1 CONCEITOS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Como foi dito anteriormente, no ensino das quatro operações, é importante que os estudantes compreendam os conceitos subjacentes à elas. Assim, cada operação aritmética pode estar associada a mais de uma ideia.

De acordo com Félix (2004) e Pires e Gomes (2009), uma representação correta associada à operação de adição é a ideia de acrescentar e juntar. A ideia de acrescentar é quando colocamos uma quantidade numa já existente, e geralmente da mesma natureza; "acrescentar um pouco mais de água em meu copo". A ideia de juntar é quando reunimos duas quantidades, geralmente de natureza diferentes: "juntar os ingredientes para fazer a receita".

Pires e Gomes (2009), destacam que a diferença entre as duas ideias é difícil de se notar, ela fica mais evidente quando observamos os procedimentos utilizados pelas crianças para resolverem uma adição. Quando realizam a operação juntando as partes, o estudante representa as duas parcelas e as contam sequencialmente, já quando acrescentam, eles iniciam a contagem partindo da quantidade que já tem na primeira parcela e continuam até completar com a segunda para encontrar o resultado.

Em relação à subtração, Félix (2004) e Pires e Gomes (2009) dizem que esta operação está relacionada à ideia de retirar, comparar e completar. A ideia de retirar, é quando, de uma quantidade existente, tomamos uma parte, querendo saber o quanto sobrou: "gastei 300 reais de meu salário para pagar a alimentação, quanto restou?". A ideia de comparar é quando tendo duas quantidades de mesma natureza, queremos verificar qual tem mais ou menos que a outra, desejando saber a diferença em termos de quantidade: "Maria tem 10 anos e Paulo 14, quantos anos um é mais velho que o outro?"(é o que tem a mais). A ideia de completar, quando, tendo determinada quantidade, queremos saber qual o complemento: "para a compra da TV nova, tenho 250 reais e ela custa 600; portanto, ainda me faltam...."(é o que falta).

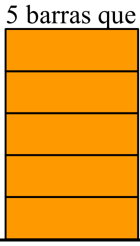
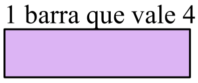
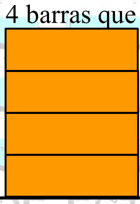
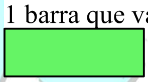
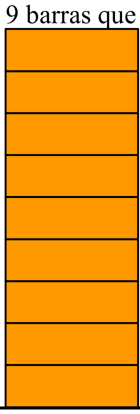
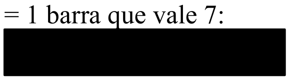
Segundo Pires e Gomes (2009), é importante ressaltar que tanto a ação material como seu registro apresentam diferença substancial de situação para situação. Numa situação de retirar, a ação sobre o material e o registro de procedimento são substancialmente diferentes entre eles, mesmo que ambas as situações digam respeito à subtração. Na situação de retirar, o subtraendo é efetivamente parte do minuendo, motivo pelo qual representamos no material apenas um valor, do qual se retira o valor solicitado, por exemplo, se você tem 10 objetos (minuendo) e retira 3 (subtraendo), o valor inicial é 10, e você remove 3 desse total. Aqui, a ação sobre o material é simples: começa com 10 e remove fisicamente 3 objetos. O registro também reflete isso, parte-se de um valor, subtrai uma quantidade e vê o que sobra. Na comparação, a representação feita é das duas quantidades envolvidas, e o resultado é obtido mediante o emparelhamento objeto a objeto, por exemplo, 10 e 7, e precisa encontrar a diferença entre elas. Aqui, a ação e o registro envolvem mostrar as duas quantidades lado a lado e emparelhar os objetos para ver o que falta. Isso exemplifica em que medida e sentido de cada conceito implica diferentes formas de registrar e de agir um do outro.

2.2 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO: FOCO NO PROCESSO DE ENSINO

Ao iniciar o ensino da adição e subtração de números naturais, trabalhar com a decomposição de números em unidades, dezenas e centenas é uma estratégia fundamental, sendo uma ferramenta profícua para o cálculo mental e para a compreensão mais profunda dos conceitos numéricos. Bittar e Freitas (2005) recomenda o uso de materiais concretos para realizar a decomposição numérica, pois essa ação torna-se mais visual, facilitando a adição.

Dessa forma, sugere-se o uso da Escala Cuisenaire para realização da decomposição. Por exemplo, ao realizar a adição de 54 + 43, a criança pode combinar as barras das unidades com unidades e as barras das dezenas com dezenas.

Quadro 1 - Decomposição da adição 54 + 43

D U	D	D	U	U
54 → 50 + 4	50	5 barras que valem 10: 	4	1 barra que vale 4: 
+	+	+	+	+
43 → 40 + 3	40	4 barras que valem 10: 	3	1 barra que vale 3: 
90 + 7	90	9 barras que valem 10: 	7	1 barra que vale 4 + uma que vale 3:  = 1 barra que vale 7: 
97	9 barras que valem 10 e uma barra que vale 7: 			

Adição → 54 + 43 = 97

Fonte: Adaptado de Toledo 2017, p. 45.

Assim como mostra no quadro 1, primeiramente, adiciona-se as unidades, onde, 1 barra que vale 4 mais uma que vale 3, é equivalente a uma barra que vale 7 (U). Depois, faz-se a adição das dezenas. E assim, chegando ao resultado de 9(D), ou seja 90 unidades. Realizando a adição das unidades e dezenas, temos 97 como resultado.

Um outro exemplo seria trabalhar com adição que dão resultados maiores que uma dezena. Adicionar 54 com 27.

Quadro 2 - Decomposição da adição 54 + 27

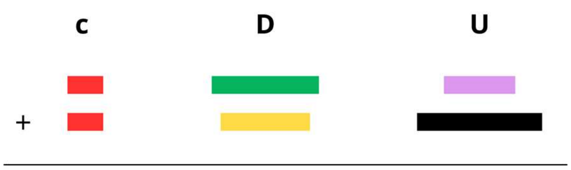
D U	D	D	U	U
54 → 50 + 4	50	5 barras que valem 10:	4	1 barra que vale 4:
+	+	+	+	+
27 → 20 + 7	20	2 barras que valem 10:	7	1 barra que vale 7:
______	______	______	______	______
70 + 11	70	7 barras que valem 10:	11	1 barra que vale 4 + uma que vale 7: = 1 barra que vale 10 e uma que vale 1:
Trocando 10 (U) por 1 (D)	80	7 + 1 = 8 8 barras que valem 10:	1	1 barra que vale 1:
70+10+1 = 81	8 barras que valem 10 e uma barra que vale 1:			

Adição → 54 + 27 = 81

Fonte: Adaptado de Toledo 2017, p. 45.

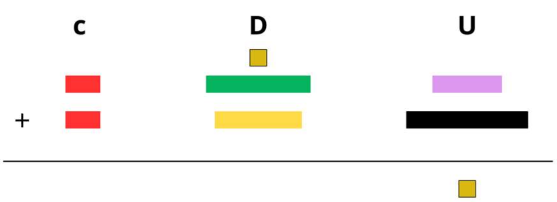
Assim como mostra no quadro 2, o estudante combina as unidades e as dezenas, obtendo inicialmente 7 dezenas (7D) e 11 unidades (11U). A criança pode ver qual barra equivale ao valor das unidades (que no caso, + = +), portanto, o resultado será uma barra que vale 10 e uma que vale 1. Observa-se que em 11 unidades, há 10 unidades (1D) mais 1 unidades (1U), então, as 10 unidades, são trocadas por uma dezena. Fazendo a adição das dezenas, tem-se 8 dezenas e 1 unidade, resultando no número final 81. Esse processo não só reforça a habilidade de adicionar, mas também introduz o conceito de troca, essencial para o entendimento da adição e da subtração.

Rodrigues (2019), destaca a importância de dois métodos de adição: o algoritmo usual e o algoritmo de decomposição. O algoritmo usual, amplamente utilizado, realiza a soma de números sem a decomposição explícita, o que acelera o processo. Por exemplo, suponha que quer somar 264 + 257 utilizando a Escala Cuisenaire:

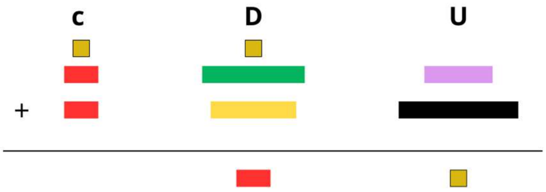


Primeiro soma as unidades:

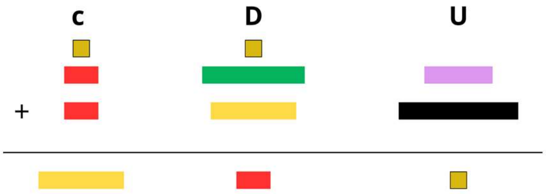
4(U) + 7(U) = 11(U) + = (troca-se as 10U por 1D, ficando somente 1U e adicionando 1D nas dezenas).



Depois, soma as dezenas: 6(D) + 5(D) = 11(D) + = , mais 1 dezena (que veio das unidades) = 12(D) (escreve-se 2 (D) e troca-se 10 (D) por 1 (C)).



Agora soma-se as centenas: 2(C) + 2(C) = 4(C) + = , mais 1(C) que veio das dezenas = 5(C) .



E assim, chega-se ao resultado: 264 + 257 = 521 (5 centenas, 2 dezenas e 1 unidade) .

A mesma lógica se aplica à subtração, onde a decomposição também pode ser utilizada. Quando o minuendo é menor que o subtraendo, ocorre a necessidade de "trocas", onde uma barra que vale 10 é substituída por 10 unidades menores , também conhecido como "empresta um". Bittar e Freitas (2005) relata que a expressão "empresta um", frequentemente utilizada, é incorreta, visto que, ao realizar a operação, não se trata de um empréstimo. Assim como, também, Smole e Muniz (2013, p.32) afirmam que “A expressão “empresta um”, usada por muitos professores, é inadequada, pois quando efetuamos a operação não há empréstimos e sim decomposição de dezenas em unidades, centenas em dezenas e assim por diante ”.

No algoritmo de decomposição, a subtração é feita por ordens, semelhante ao que ocorre na adição. Um exemplo no algoritmo de decomposição para subtração temos: subtrair 120 - 109.

Quadro 3 - Decomposição da subtração 120 - 109

	C		D		U	
120 → 100 + 20	100	10 barras que valem 10 (10 barras)	20	2 barras que valem 10:	0	nenhuma barra
-	-	-	-	-	-	-

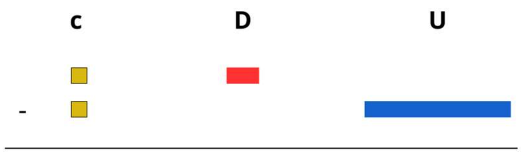
109 → 100 + 9	100	10 barras que valem 10 (10 barras)	0	nenhuma barra	9	1 barra que vale 9:
Trocando 1(D) por 10(U) (minuendo →)	100	10 barras que valem 10 (10 barras)	10	1 barra que vale 10:	10	1 barra que vale 10:
	-	-	-	-	-	-
subtraendo →	100	10 barras que valem 10 (10 barras)	0	nenhuma barra	9	1 barra que vale 9:
______	______	______	______	______	______	______
0 + 10 + 1	0	nenhuma barra	10	1 barra que vale 10	1	A barra que completa o tamanho da barra que vale 9, no tamanho da barra que vale 10: Então é:
11	1 barra que vale 10 e uma barra que vale 1					
Subtração → 120 - 109 = 11						

Fonte: Adaptado de Toledo 2017, p. 45.

Assim como mostrado no quadro 3, primeiro faz a decomposição dos números, depois faz a subtração por ordens: nas unidades e nas dezenas. Como 0 é menor que 9, é preciso trocar 1 dezena (1D) por 10 unidades (10U). Assim, 20 (2 barras que valem 10) se tornam 10 (1 barra que vale 10), e 0(U) se transforma em 10(U) (1 barra que vale 10). Agora faz a subtração das unidades, sendo o resultado, a barra que completa o tamanho da barra que vale 9 no tamanho da barra que vale 10, que é a barrinha que vale 1. Nas dezenas, como não tem nada para tirar, continua a barra que vale 10(1D); nas centenas, o resultado é 0, pois as barras são do mesmo tamanho. E por último o resultado, (100 + 20) - (100 + 9) = 10 + 1 = 11.

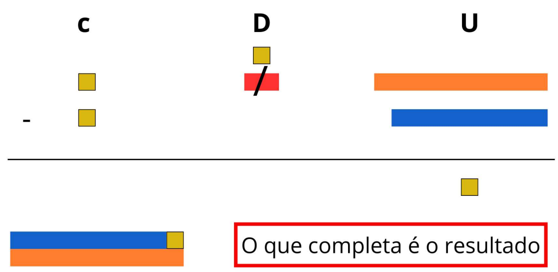
Neste método, a subtração é feita separadamente para cada ordem, e as trocas são feitas quando necessário. Isso ajuda a esclarecer o valor posicional de cada dígito e proporciona uma melhor compreensão do processo de subtração. Assim, a decomposição numérica é uma estratégia valiosa tanto para adição quanto para subtração, auxiliando os estudantes a realizar operações de forma mais compreensível e intuitiva, além de promover o desenvolvimento de habilidades de cálculo mental.

Já no algoritmo usual, também chamado de simplificado, para a subtração, apenas realiza as diferenças das unidades de mesma ordem, sem decompor explicitamente os números, o que torna o processo mais breve. Um exemplo no algoritmo usual de subtração com trocas é subtrair 120 - 109. Utilizando a Escala Cuisenaire tem-se:

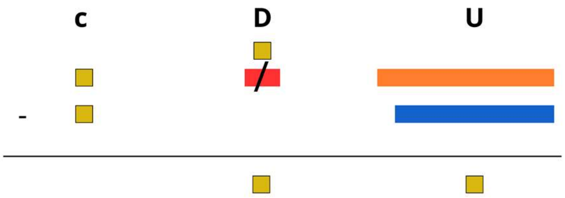


Como não tem barrinha que representa o 0, e 0 não representa nada, não coloca nada onde tem o 0.

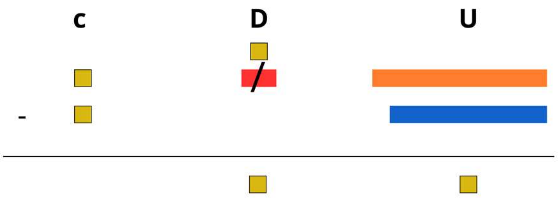
Primeiro subtraia as unidades: 0(U) - 9(U) (nada -). Como 0 é menor que 9, é preciso "trocar" 1 dezena por 10 unidades. Assim, 1(D) se transforma em 10(U), portanto, 2(D) - 1(D) = 1(D) , e as 0 unidades se tornam 10(U) , que veio das dezenas. Assim, faz a subtração: 10 - 9 = 10(U) - 9(U) = 1(U) .



Agora subtraia as dezenas: 1(D) - 0(D) = 1(D), - nada = .



Depois, subtraia as centenas: 1(C) - 1(C) = 0(C), - = 0 (nada). Como não tem barrinha que represente o 0, e 0 não é nada, não coloca nada no resultado das centenas.



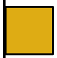
Tendo os resultados das unidades, centenas e dezenas, tem-se o resultado: 120 - 109 = 011, ou seja, 11 (1 dezena e 1 unidade). Aqui, em vez de "emprestar", está "trocando" uma dezena por 10 unidades, o que torna o processo mais intuitivo.

3 PROPOSTA DE ENSINO

Com base no que foi discutido até o momento, foi elaborada uma proposta de ensino destinada ao 3º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de que os estudantes conheçam a Escala Cuisenaire; compreendam os conceitos da adição e da subtração, a fim de resolver problemas com estas operações de até três ordens utilizando a Escala Cuisenaire.

Num primeiro momento (reconhecimento do material), será entregue e apresentado aos estudantes a Escala Cuisenaire e dado um tempo para que manuseiem e conheçam o material, para que quando quando for passado as orientações da atividade eles não se dispersem mexendo com o material. Após o manuseio e conhecimento do material, será entregue aos estudantes, folhas quadriculadas para que eles coloquem as barrinhas em cima da folha quadriculada e percebam o valor de cada uma. De acordo com as respostas iremos mostrar que cada barrinha tem uma cor e valor diferente. Nesse momento, será entregue aos estudantes uma folha impressa com um quadro (quadro 7) com orientação das cores, valores e tamanhos das peças da Escala Cuisenaire, para que facilite os cálculos no momento em que os estudantes forem fazer as atividades.

Quadro 4 - Quadro de Cor e Valor das Peças da Escala Cuisenaire

COR	**NÚMERO REPRESENTADO**	**ESCALA CUISENAIRE**
COR DE MADEIRA (OU BRANCO)	1	
VERMELHO	2	
VERDE-CLARO	3	
LILÁS (OU ROSA)	4	
AMARELO	5	
VERDE-ESCURO	6	
PRETO	7	
MARROM	8	
AZUL	9	
COR DE LARANJA	10	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Usando duas peças da escala com valores consecutivos, será feita aos estudantes a seguinte intervenção pedagógica: O que vocês perceberam em relação ao tamanho de uma barrinha e o tamanho de outra barrinha?

Será proposto para os estudantes, pegarem uma barrinha específica e ver quantas barrinhas de outros valores cabem nesta específica. Pediremos para eles irem anotando no caderno os valores das peças. Em seguida será feita as seguintes intervenções pedagógicas:

O que quer dizer quando uma peça específica equivale a outras duas peças juntas?

O que quer dizer quando duas peças são iguais a uma outra peça?

O que quer dizer quando, ao usar duas peças, uma maior que a outra, uso uma terceira para completar o tamanho da menor e ficar com o mesmo tamanho da maior?

Após a etapa introdutória, o professor irá resolver uma situação problema como exemplo para que os estudantes compreendam o processo utilizando a escala. Será apresentada uma lista (quadro 5) com algumas situações problema para eles resolverem. Eles irão anotar a operação tratada em cada situação e fazer os cálculos, utilizando a Escala Cuisenaire. Os cálculos deverão ser registrados no caderno. Em seguida terá as intervenções pedagógicas, para que compreendam o conceito em cada situação problema. Será feita uma discussão das respostas dos estudantes, e assim, os conceitos serão abordados.

No quadro 5, temos algumas situações problemas, a intervenção pedagógica, a operação utilizada para resolver a situação problema e o conceito da operação.

Quadro 5 - Algumas situações problemas - simples

Situações problemas	**Intervenção pedagógica**	**Operação**	**Conceito**
Letícia organizou um piquenique saudável com sua amiga Carla, então ela levou 4 sanduíches naturais e Carla fez 2 sucos naturais e levou. Qual foi o total de lanches e sucos que Letícia e Carla levaram juntas?	Nessa questão, como você (estudante) irá utilizar as barrinhas para calcular? Como vai descobrir o total de lanches?	Adição	Juntar
A mãe de Pedro comprou 5 lápis para ele, mas pediu para ele doar 2 para seu colega que estava sem lápis. Com quantos lápis Pedro ficou, após ter feito a doação para o colega?	Nessa questão, como irão utilizar as barrinhas para fazer o cálculo? Como vão descobrir a quantidade de lápis que Pedro ficou, depois de doar 2 para seu colega?	Subtração	Retirar

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após esta etapa, será entregue aos estudantes a Escala Cuisenaire, e um quadro de ordens, contendo C (centena), D (dezena) e U (unidades), para se orientarem melhor na atividade.

O professor irá resolver uma situação problema como exemplo para que os estudantes compreendam o processo de como resolver os exercícios propostos posteriormente. Serão apresentadas aos estudantes, algumas situações problemas no quadro 6, para que resolvam utilizando o material e escrevam a operação tratada em cada situação problema. Assim, será feita uma discussão das respostas dos estudantes, em que os conceitos serão abordados. Será trabalhado todos os conceitos de adição: juntar e acrescentar, e de subtração: retirar, comparar e completar. Do mesmo modelo da aula anterior, eles irão resolver o problema, anotar os cálculos e a operação no caderno e, após, serão realizadas as intervenções pedagógicas durante as resoluções para que eles compreendam os conceitos tratados em cada questão.

Quadro 6 - Algumas situações problemas - complexas

Situações problemas	**Intervenção pedagógica**	**Operação**	**Conceito**
Os estudantes da turma do 5º ano A, estão organizando uma campanha de reciclagem na escola. Eles decidiram arrecadar fundos para	Nessa questão, como irão utilizar as barrinhas para fazer o cálculo? Como vão	Subtração	Completar

comprar lixeiras de coleta seletiva. Para isso, planejam vender garrafas reutilizáveis para os colegas e familiares. Eles calcularam que precisam de R$300,00 para comprar todas as lixeiras necessárias para a escola. Os estudantes conseguiram vender algumas garrafas e arrecadaram R$150,00. Quantos reais eles ainda precisam vender para atingir a meta de R$300,00?	saber quantos reais ainda precisam vender para atingir a meta que é de 300 reais?		
Os estudantes da turma do 4º ano C estão participando de uma campanha de plantio de árvores na escola. Na primeira semana, eles plantaram 65 mudas de árvores. Na semana seguinte, decidiram plantar mais 47 mudas. Quantas mudas de árvores os estudantes plantaram no total?	Nessa questão, como irão utilizar as barrinhas para fazer o cálculo? Como vão saber quantas mudas de árvores os estudantes plantaram no total?	Adição	Acrescentar
A escola em que João estuda, organizou uma feira cultural sobre as tradições de diferentes países. No estande sobre o Brasil, foram expostos 265 itens de artesanato, e no estande sobre a África, foram expostos 148 itens. A professora da turma do João, pediu para seus estudantes calcularem quantos itens a mais o estande do Brasil tinha em comparação ao estande da África?	Nessa questão, como irão utilizar as barrinhas para fazer o cálculo? Como vão descobrir a quantidade de itens que o estande do Brasil tinha a mais em comparação ao estande da África?	Subtração	Comparar

Fonte: Elaborado pelo autor.

CONCLUSÃO

Do ponto de vista pessoal, desenvolver este trabalho foi uma experiência muito boa. Pois, ao estudar a Escala Cuisenaire e pensar em maneiras de tornar a matemática mais acessível e prazerosa para as crianças, também revisitei minha própria relação com a disciplina e com o ensinar. Cada etapa, desde as leituras até a elaboração das atividades, contribuiu para que eu me enxergasse com mais segurança na prática docente. Percebi o quanto a escolha de bons recursos pode impactar a compreensão dos conceitos para os estudantes e como o papel do professor vai muito além de transmitir conteúdos. Finalizar este estudo me reforçou o desejo de ser uma professora que faz a diferença, que busca alternativas e que acredita no potencial de cada estudante. Este trabalho marcou, não apenas minha formação acadêmica, mas também pessoal, fortalecendo meu compromisso com uma educação mais significativa na vida dos estudantes.

A utilização da Escala Cuisenaire, juntamente com situações problemas que abordam os conceitos de adição e subtração, revela-se uma abordagem eficaz e promissora para o ensino da matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Este recurso oferece uma experiência concreta e visual, essencial para a compreensão de conceitos abstratos, permitindo que os estudantes desenvolvam um entendimento mais significativo dos processos matemáticos. Ao experimentar e explorar as diferentes peças da Escala Cuisenaire, os estudantes se envolvem no aprendizado, desenvolvendo habilidades de resolução de problemas, raciocínio lógico e autonomia.

Acredita-se que os resultados esperados com a implementação da proposta de ensino elaborada neste estudo são promissores, especialmente por proporcionar aos professores uma alternativa didática que vai além dos métodos tradicionais de ensino. Ao promover a introdução deste material em sala de aula, espera-se que mais educadores reconheçam o potencial da Escala Cuisenaire e a integrem em suas práticas pedagógicas junto com outros recursos, contribuindo para um aprendizado mais dinâmico e eficiente da matemática.

Assim, conclui-se que a Escala Cuisenaire pode ser um recurso que pode auxiliar na construção dos conceitos básicos de adição e subtração, facilitando a aprendizagem e proporcionando uma base sólida para o desenvolvimento matemático dos estudantes.

5 REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/matematica-no-ensinofundamental-anos-finais-unidades-tematicas-objetos-de-conhecimento-e-habilidades.

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. DE. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. 2. ed. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.

DANTE, L. R. **Ápis matemática – 2º ano**: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** n. 2, Brasília: SBEM. 1989.

FREITAS, B. A. DE. **Problemas de adição e subtração**: Soluções em diferentes circunstâncias. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

FÉLIX, J. d'A. B. **Aprendendo a aprender**. V. 9, 9. ed. Brasília: Dupligráfica, 2004. 340 p.

MIRANDA, K. F. M. G. S. **Explorando tarefas com a Escala Cuisenaire nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Recursos Didáticos na Formação de Professores de Matemática. In: VII ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: MATEMÁTICA NA ESCOLA: CONTEÚDOS E CONTEXTOS, 2004, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: SBEM/SP, 2004. p. 01-11.

PIRES, M. N. M.; GOMES, M. T.. **Fundamentos da Educação Matemática.** Curitiba: IESDE, 2009.

RODRIGUES, A. C. **As quatro operações matemáticas**: das dificuldades ao processo ensino e aprendizagem. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Câmpus de São José do Rio Preto, São José do Rio Preto, 2019.

SMOLE, K. S. MUNIZ, C. A. **A matemática em sala de aula**: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2013. Disponível em: https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788563899842/. Acesso em: 17 mai. 2024.

TOLEDO, C. M. **Buriti mais matemática**: manual do professor. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2017.

Enviado em: 04/12/2025.
Aceito em: 27/01/2026.