

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PRÁTICA METODOLÓGICA DE ENSINO DOS CONCEITOS DE PRISMAS E PIRÂMIDES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

MATHEMATICAL MODELING AS A METHODOLOGICAL TEACHING PRACTICE OF PRISM AND PYRAMID CONCEPTS IN BASIC EDUCATION

JOSEMIR DO CARMO

Universidade Estadual de Goiás
josemir_carmo@hotmail.com

LUCIANA APARECIDA ELIAS

Universidade Federal de Goiás
lucianaelias@ufj.edu.br

SÉMEBBER SILVA LINO

Universidade Estadual de Goiás
semebber.lino@ueg.br

Resumo: Com o propósito de tornar o ensino de matemática mais eficaz, educadores têm recorrido à Modelagem Matemática (MM) como uma estratégia didática para potencializar a aprendizagem dos alunos. Essa abordagem pedagógica visa estabelecer conexões entre os conteúdos matemáticos e situações reais do cotidiano discente, atribuindo significado aos conceitos trabalhados em sala de aula. Assim, o objetivo deste artigo é mostrar que a MM como prática metodológica auxilia no ensino e aprendizagem dos conceitos de prisma e pirâmide na Educação Básica (EB). Nesta metodologia as ações didáticas do professor devem ser de mediador, incentivador e de indicador de caminhos; a avaliação deve ser processual e contínua em todas as etapas da modelagem. A escola Municipal Militarizada Professora Zelsani (EMMPZ) subsidiou esta pesquisa em duas turmas de 7º ano. Optou-se pelo estudo de caso simples como metodologia, sendo esta qualitativa, vez que consiste em uma maneira de investigar uma unidade de um fenômeno, amplo e complexo, o qual não pode ser estudado fora do contexto em que ocorre naturalmente. A análise do estudo de caso foi realizada a partir da observação do autor e questionários respondidos pelos alunos. Os resultados dão indícios de que a MM contribui para o ensino e aprendizagem dos conceitos de prisma e pirâmide.

Palavras – chave: Educação Básica. Modelagem Matemática. Geometria. Práticas Metodológicas.

Abstract: In order to make mathematics teaching more effective, educators have been using Mathematical Modeling (MM) as a teaching strategy to enhance student learning. This pedagogical approach aims to establish connections between mathematical content and real-life situations in students' daily lives, giving meaning to the concepts worked on in the classroom. Thus, the objective of this article is to show that MM as a methodological practice helps in the teaching and learning of prism and pyramid concepts in Basic Education (EB). In this methodology, the teacher's teaching actions should be that of a mediator, encourager, and pathfinder; assessment should be procedural and continuous at all stages of modeling. The Escola Municipal Militarizada Professora Zelsani (EMMPZ) supported this research in two 7th grade classes. The simple case study methodology was chosen, which is qualitative, since it consists of a way of investigating a unit of a broad and complex phenomenon, which cannot be studied outside the context in which it occurs naturally. The analysis of the case study was carried out based on the author's observation and questionnaires answered by the students. The results indicate that MM contributes to the teaching and learning of the concepts of prism and pyramid.

Keywords: Basic Education. Mathematical Modeling. Geometry. Methodological Practices.

Introdução

Autores como Sousa (2004), Moura (2017), e Panossian (2017), entre outros, abordam questões relacionadas ao ensino de Matemática na Educação Básica, destacando a defasagem na aprendizagem dos conceitos e a necessidade de novas metodologias de ensino, temas fundamentais para esta pesquisa. Nesse caminho, Lanner de Moura (2002, p. 8) discorre que “as crianças saem da escola com a impressão de que os conceitos científicos que aparecem nos livros didáticos de forma linear, sem hesitação, estão prontos e acabados, são imutáveis, bastando-se a si mesmos”. Tal processo pode ser resultante de uma aprendizagem da matemática insuficiente - sem qualquer reflexão a respeito do contexto e da aplicabilidade de cada conceito matemático - já que o professor responsável possui métodos de ensino que se resumem à transmissão e reprodução do conhecimento.

Nesse encadeamento de ideias, é comum os alunos reclamarem das aulas de Matemática. Isto se dá em virtude de considerarem a disciplina difícil, além de entediante e descontextualizada. É possível que o gerador desse comportamento em relação à referida disciplina seja a forma como ela é abordada em sala de aula, na maioria das vezes, como uma repetição apresentado pelo professor.

Neste sentido, buscam-se na literatura maneiras diferentes e mais eficientes de se ensinar Matemática que insiram o aluno, nas aulas de matemática, de forma participativa e reflexiva, para que ele tenha um processo de ensino e aprendizagem com significado. Para tanto, os autores Bassanezi (2011), Almeida, Araújo e Bisognin (2011), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), Almeida, Silva e Vertuan (2012), Burak e Aragão (2012), Biembengt e Hein (2013), apresentam a Modelagem Matemática como uma possibilidade de prática metodológica para o ensino de matemática. Bassanezi ressalta que:

É necessário buscar estratégias alternativas de ensino-aprendizagem que facilitem a sua compreensão e utilização. A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva o seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. (BASSANEZI, 2011, p. 17).

Nesse sentido, Modelagem Matemática no ensino é uma abordagem pedagógica que utiliza situações do cotidiano ou de outras áreas do conhecimento como ponto de partida para explorar e aplicar conceitos matemáticos. Ela consiste em representar, analisar e resolver

problemas reais por meio da matemática, com o objetivo de tornar o aprendizado mais significativo e contextualizado. Conforme Burak (1992, p. 62), a MM “é o conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. Desse modo, a MM transforma o aluno em protagonista do processo de aprendizagem, incentivando a construção ativa do conhecimento, em vez da simples memorização de fórmulas e procedimentos.

Neste contexto, este trabalho buscou responder à pergunta orientadora: “a Modelagem Matemática como prática metodológica de ensino na Educação Básica auxilia no ensino e aprendizagem dos conceitos de prisma e pirâmide? O percurso metodológico pelo qual se optou para responder tal questionamento foi o estudo de caso realizado com duas turmas de 7^{os} anos do Ensino Fundamental II da Escola Municipal Militarizada Professora Zelsani, num total de 10 aulas.

Para melhor entendimento da temática abordada esse artigo versa, primeiramente, sobre a Modelagem Matemática e suas etapas como proposta de ensino e aprendizagem, no próximo tópico, faz algumas considerações quanto ao papel do professor para trabalhar com essa proposta. Na sequência, discorre a respeito do processo avaliativo e logo após, descreve a metodologia da pesquisa - estudo de caso; em seguida, versa sobre os resultados e discussão e, por fim, as considerações finais.

Modelagem matemática

A Matemática, mesmo que despercebida, sempre esteve presente em nosso meio e cotidiano. Para além disso, o conhecimento matemático avança de acordo com as necessidades que surgem para o homem e, com isso, surgem novas formas de se fazer e aprender Matemática.

Nessa conjectura, segundo Fonseca (2017), motivados pela necessidade de interpretar e representar aquilo que se descobria em relação à natureza, a Matemática surge como ferramenta para os homens suprirem essa necessidade.

Isto posto e, considerando o rápido e surpreendente desenvolvimento tecnológico pelo qual a sociedade está passando, são buscados na literatura métodos que consigam ensinar Matemática, de modo que os alunos sejam estimulados e despertados para as aulas, saindo da

posição de discentes passivos, para se tornarem pessoas críticas e conscientes sobre o que acontece no universo. De acordo com Biembengut:

[...] a Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar matematicamente. Isso, porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico (BIEMBENGUT, HEIN, 2013, p. 18).

Por conseguinte, a Modelagem Matemática se mostra como um método de ensino que possibilita, tanto ao professor quanto ao aluno, uma maneira diferente de se ensinar e aprender matemática, vez que coloca o aluno frente a situações-problema que são de seu interesse e, assim, é incentivado a se desenvolver matematicamente. Na concepção de Bassanezi (1994, p. 01) a Modelagem Matemática-MM:

[...] é um processo que consiste em traduzir uma situação ou tema do meio em que vivemos para uma linguagem matemática. Essa linguagem, que denominamos Modelo Matemático, pressupõe um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o fenômeno em questão.

Partindo dessa premissa, considera-se que a MM é um processo e o Modelo é a linguagem que resulta disso. Logo, busca-se por meio do processo e da linguagem uma forma de facilitar o ensino da disciplina de Matemática, tendo como principal foco diminuir o desinteresse e as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação aos conteúdos estudados.

A Modelagem Matemática como uma prática metodológica de ensino possibilita o despertar do interesse dos alunos, justamente por trazer para a sala de aula situações-problema de seu cotidiano e propor atividades que expressem os principais pontos que a sustentam, tais como um ensino contextualizado e reflexivo. É necessário compreender que a atividade pedagógica a ser trabalhada em sala de aula pode ser proposta pelo professor ou surgir de uma discussão com os alunos, sempre levando em consideração os interesses dos alunos em relação à atividade a ser trabalhada.

Mesmo que para o professor o modelo e sua validação não sejam partes tão importantes quanto o processo, é preciso compreender o que se entende como modelo e suas etapas. O primeiro é o resultado do processo de modelagem, podendo ser estes gráficos, tabelas, fórmulas, dentre outros. Outrossim, um modelo matemático, segundo Almeida *et al* (2012, p. 13), pode ser entendido também, como “uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a

solução de algum problema”. Nesse ínterim, um modelo representado por linguagem matemática serve não somente para a situação investigada como também para levantar questionamentos relevantes para a sociedade.

Nessa conjuntura, para obter um modelo matemático, é preciso passar por algumas etapas importantes como formulação de hipóteses, comparações, deduções, simplificações e seleção de variáveis. De acordo com Biembengt e Hein (2013), essas etapas precisam ser desenvolvidas com os alunos sob a mediação do professor.

Continuamente, o trabalho com MM geralmente ocorre em quatro fases descritas como inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) elas assim podem ser descritas:

- **Inteiração:** constitui de se inteirar do problema a ser estudado em sala de aula, isto é, o primeiro contato dos alunos, e até do professor, com a situação-problema a ser trabalhada. Nessa etapa, discentes e docentes buscam informações e fazem a coleta de dados, sendo estes qualitativos ou quantitativos. Tem-se também como foco a formulação do problema e definição de metas. Apesar de nessa fase a prioridade ser a busca por informações desconhecidas, é importante ter conhecimentos prévios para entender melhor a situação real que será modelada, garantindo que as suposições feitas sejam adequadas. Segundo Almeida:

[...] ainda que seja uma etapa inicial, a inteiração pode se estender durante o desenvolvimento da atividade, considerando que a necessidade de novas informações pode emergir no decorrer do desenvolvimento da atividade de modelagem (ALMEIDA *et al.*, 2012. p. 16).

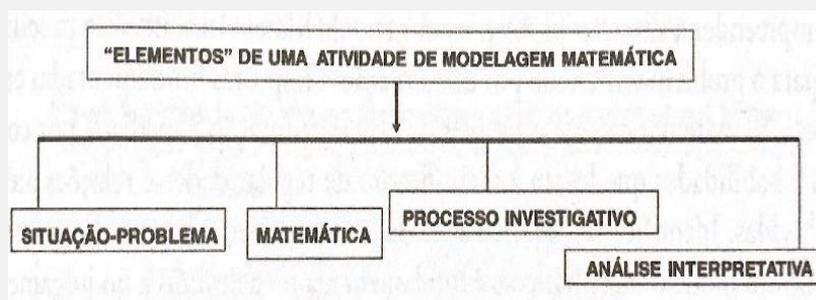
Dessa forma, sempre que necessário, deve-se buscar informações sobre o problema. Pois inteirar-se do problema na modelagem matemática é essencial para garantir que o modelo seja realista, útil e confiável na análise e solução de situações do mundo real.

- **Matematização:** uma vez definida a situação-problema passa-se para a matematização. Na primeira fase, temos a situação-problema exposta e estruturada, todavia, ela se apresenta em “linguagem natural”, ou seja, não matemática. Na fase da matematização os alunos têm a tarefa de passar a situação-problema de uma “linguagem natural” para uma linguagem matemática, para que assim seja possível a formulação das hipóteses, levantamento das variáveis, elaboração e simplificações, deduções, abstrações e ainda manterem ou descartarem informações relevantes.

- **Resolução:** nesta etapa, depois de passadas as fases anteriores, os alunos têm como atividade a construção do modelo matemático com a finalidade de descrever a situação real apresentada na fase de inteiração e, a partir disso, analisar o que for relevante para a resolução e responder às perguntas formuladas nas hipóteses. Ademais, a fase da resolução serve também para fazer previsões de algumas situações.
- **Interpretação de resultados e validação:** na quarta fase o objetivo é avaliar os resultados obtidos a partir do modelo construído nas fases anteriores. Para além da interpretação de resultados, os alunos vão analisar e avaliar os resultados para que, a partir daí, possam validar a representação matemática da situação-problema, ou seja, o modelo. Nesta etapa, busca-se desenvolver nos alunos a capacidade de avaliar de forma crítica e reflexiva o processo de construção de modelos e suas aplicações.

Consoante ao que foi dito, apesar de as fases serem apresentadas de maneira separada e linear, é importante ressaltar que elas podem não acontecer de forma linear como se apresentam, podendo haver retornos em fases anteriores a fim de se realizar correção do modelo, da avaliação e da compreensão de algum dado ou informação. Identificar essas fases evidencia as principais características que constituem a MM. É possível ter uma visualização esquemática de como funcionam as fases no diagrama abaixo:

Figura 1: fases do processo de Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17).

Nessa perspectiva, é importante ressaltar que tal processo não é estático, ou seja, pode ser dinâmico. Desse modo, por considerar a MM e seus modelos ferramentas importantes para o desenvolvimento da sociedade moderna e, também, uma das formas de dialogar com a natureza e criar vínculos com outras áreas do conhecimento, é interessante a inserção da Modelagem como prática metodológica de ensino de matemática para que os alunos tenham o

interesse pela disciplina e reconheçam sua importância, bem como para com o método científico.

O papel do professor para trabalhar com modelagem matemática

O papel do professor em sala de aula, ao invés de expositor de conceitos matemáticos, deve ser de mediador e indicador de caminho, com o intuito de incentivar seus alunos a desenvolverem habilidades e competências de conceitos matemáticos; prática bem diferente da vivenciada, em que o aluno é sujeito passivo e o professor sujeito que tudo sabe e ensina. Meyer afirma que:

Na modelagem, esse sistema tem de ser mudado. Não se deve mais assistir aos objetos matemáticos, mas manipulá-los, porque rompemos com a concepção de que o professor ensina e passamos a acreditar na ideia de que o conhecimento não está somente nem no sujeito nem no objeto, mas na sua intenção. Passamos de objetos que o professor ensina para objetos que o aluno aprende (MEYER *et al.*, 2013, p. 24).

Nesse sentido, a MM requer um professor, que seja educador, orientador e mediador, estando disposto aprender junto de seus alunos, uma vez que ao se trabalhar com MM, situações inusitadas e não previstas podem surgir. Sugere-se, em atividades de modelagem, que o professor trabalhe com a sala dividida em grupos pequenos e organizados, pois os alunos divididos em pequenos grupos têm como objetivo proporcionar o diálogo, a reflexão, a realização de pesquisas, o desenvolvimento de projetos, a análise de dados e a busca por informações para a construção do conhecimento além da socialização.

Continuamente, não há, necessariamente, um tempo estimado para a duração das atividades com MM. Além do critério do professor, depende também do conteúdo e habilidades que se pretende trabalhar, do tema escolhido para a aula mediante a participação dos alunos e a atividade a ser realizada. Dessa forma, os projetos que serão desenvolvidos em sala de aula utilizando modelagem podem levar dias, semanas ou até meses.

Nesse sentido, projetos prolongados que podem se estender por semanas, situações que podem ser investigadas em algumas aulas, ou mesmo situações-problema cuja solução é encontrada em uma única aula podem se constituir como atividades de Modelagem Matemática. A caracterização da atividade reside muito mais nas iniciativas, ações e procedimentos realizados pelo professor e pelos alunos do que em delimitações de tempo e de espaço de realização da atividade (ALMEIDA *et al.*, 2012, p. 23).

Portanto, o professor não deve preocupar com o tempo que a atividade ocupará, mas sim para como será realizada. Para tanto, deve estar preparado para os imprevistos e, assim, cumprirá seu papel não somente de educador, como também de orientador.

No processo de escolha e discussão dos diversos temas a serem trabalhados em uma atividade de MM é importante haver um momento de reflexão conjunta entre alunos e professor. Deve-se propor a eles que sugiram temas sobre as questões sociais, ambientais, econômicas, dentre outras e, finalmente, priorizar os temas inerentes ao contexto deles. Dessa maneira, haverá o envolvimento deles nas atividades e conseqüentemente, o ensino e a aprendizagem acontecerá de forma prazerosa e com significado mediante ao estudo de situações do mundo real.

Nesse encadeamento de ideias, ao propor atividades que envolvam esta prática metodológica, o professor não deve trabalhar os conteúdos de forma isolada, até porque não existe, a priori, uma linearidade de conteúdo e conceitos a serem seguidos. Isso não significa que o professor não saberá com o que irá trabalhar, mas sim que não é possível saber todos os conteúdos que serão vistos naquela atividade, já que trabalhar com atividades que não seguem uma linearidade em relação ao conteúdo, pode desencadear o surgimento de conceitos não previstos ou estudados em séries anteriores.

Nesse ínterim, é preciso ter sempre em mente que o professor ali está para orientar, problematizar e mediar os alunos, evitando sempre a centralização do conhecimento, vez que o papel do docente, neste caso, é incentivar o questionamento, a inquietude em relação a algo que já está posto, e bem como sugerir caminhos e procedimentos alternativos.

Processo avaliativo na Modelagem Matemática

Ao se trabalhar a MM como alternativa metodológica de ensino, deve-se concomitantemente, estar atento à forma como avaliará o aluno e seu desenvolvimento durante as atividades aplicadas em sala de aula. A avaliação deve ser feita na perspectiva de uma aprendizagem contextualizada e não apenas expositiva, (não pode considerar apenas o resultado), mas todo o processo de aprendizagem desenvolvido durante o período de realização da atividade. Os PCNs (1997, p. 55) afirmam que a avaliação:

[...] é compreendida como um conjunto de atuações que tem a função de alimentar, sustentar e orientar a intervenção pedagógica. Acontece contínua e sistematicamente por meio da interpretação qualitativa do conhecimento construído pelo aluno.

Dessa forma, o professor precisa buscar formas de avaliar que contemplem o contexto em que a MM foi trabalhada, priorizando sempre a maneira contínua e sistemática que esta avaliação requer. Além disso, tal avaliação considera primordialmente, o fator qualitativo.

Neste contexto, existem algumas formas que o professor pode considerar para avaliar seus alunos como, por exemplo, a construção de um portfólio com registro das atividades e momentos considerados relevantes ao longo da atividade; ou ainda, solicitar ao aluno um relatório no final do desenvolvimento de determinada atividade, descrevendo todo o processo, desde a discussão prévia sobre o tema até o momento de validação e discussão de resultados. Ainda munindo-se da avaliação qualitativa o professor pode também avaliar a participação, assiduidade, comprometimento ao participar da atividade, cumprimento das atividades propostas e participação enquanto atuante na equipe.

Portanto, considerando todos estes fatores supracitados é importante que o professor, além de participar ativamente de todo o processo, deve também ser um bom observador, justamente porque deverá estar ciente daqueles que cumpriram com todos os requisitos avaliativos previamente acordados.

Continuamente, todo trabalho necessita de uma metodologia que delineia o caminho escolhido pelo investigador para encontrar respostas à sua pergunta e alcançar o seu objetivo. Por isso, a seguir, há a caracterização do estudo de caso, o qual consiste em um método qualitativo comumente aplicado em pesquisas de cunho educacional.

Metodologia da pesquisa - estudo de caso

A escolha de um método de pesquisa fornece ao pesquisador o alicerce para uma visão teórica quanto a determinado fenômeno em estudo, ou seja, segundo Kopnin (1978, p. 91) o método é “um meio de obtenção de determinados resultados do conhecimento na prática”. O percurso metodológico escolhido para compreender a MM como aporte metodológico de ensino e aprendizagem dos conceitos de prismas e pirâmides na EB foi o estudo de caso. Este, é um tipo de pesquisa amplamente utilizado nas ciências sociais, sendo considerado um método qualitativo e tem sido bastante usado nas pesquisas educacionais. Pesquisa qualitativa, segundo

Oliveira *et al.* (2020) é uma abordagem que estuda aspectos subjetivos de fenômenos sociais e do comportamento humano, os quais não podem ser quantificados. É realizada quando o pesquisador busca identificar, analisar e interpretar percepções e entendimentos sobre questões relevantes que necessitam para compreensão. De acordo com Stake:

As aplicabilidades do estudo de caso são muitas e variadas e por sua possibilidade de investigar e interpretar; pode contribuir de modo singular na compreensão das problemáticas relacionadas a indivíduos, grupos sociais, organizações políticas, instituições públicas, programas governamentais, problemáticas relacionadas a prática educativa, ao permitir realizar análises amplas e significativas sobre o objeto de pesquisa (STAKE, 2013, p. 36).

Desse modo, o estudo de caso consiste em uma maneira de investigar uma unidade individual ou múltiplas de um fenômeno, amplo e complexo, o qual não pode ser estudado fora do contexto em que ocorre naturalmente. Serve para responder questionamentos nos quais o pesquisador tem pouco controle em relação ao fenômeno estudado.

Continuamente, segundo Yin (2001, p. 32) “o estudo de caso é uma investigação empírica de um fenômeno contemporâneo dentro de um contexto da vida real, sendo que os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos”. Igualmente, Goode e Hatt (1979, p. 421-2) complementam que é um método de olhar para a realidade social. “Não é uma técnica específica, é um meio de organizar dados sociais preservando o caráter unitário do objeto social estudado”.

Assim, o estudo de caso é uma investigação empírica que busca determinar ou testar uma teoria e para obter as informações necessárias recorre a observações e entrevistas. O entrevistado expressa sua opinião sobre um tema a partir de suas interpretações pessoais. Seu intuito é utilizar-se de princípios, exposição de vivências para compreender os processos. É um mecanismo que visa à elaboração de uma teoria indutiva, a partir do estudo empírico de um caso, ou estudos que envolvem mais de um caso. Por outro lado, os estudos de caso não têm por objetivo generalizações dos seus resultados, mas sim a compreensão e interpretação mais profunda de um fenômeno específico. Embora não possam ser generalizados, os resultados obtidos podem gerar o conhecimento mediante possíveis proposições teóricas oriundas do estudo.

Nesse caminho, um estudo de caso é considerado único quando observa apenas uma unidade, permitindo o entendimento mais exato e profundo das circunstâncias estudadas, gerando resultados mais confiáveis. Já o estudo de casos múltiplos, envolve mais de um caso,

no qual a quantidade de casos depende do que conhecerá e tem como vantagem proporcionar, por meio das evidências dos casos, um estudo comparativo.

Isto posto, o estudo de caso utilizado neste trabalho é único porque verificou apenas o método da MM como prática metodológica de ensino e não aplicou outros métodos de ensino para comparar. Ele foi desenvolvido durante dez aulas presenciais, em duas turmas de 7º ano (A e B), no período matutino da Escola Municipal Militarizada Professora Zelsani e aconteceu em quatro momentos elucidados no quadro a seguir:

Quadro 01: momentos em que atividade foi dividida.

Momentos	Ações
1º - contextualização do tema	Comentou-se com os alunos da realização da atividade utilizando a MM como prática metodológica de ensino de geometria; que as ações observadas e os resultados obtidos seriam utilizados para a produção de um artigo científico. Em seguida, discorreu-se sobre a MM como metodologia de ensino e pediu aos alunos que, ao retornarem para casa, observassem as diversas formas geométricas presentes no cotidiano e trouxessem anotados para a aula seguinte. Biembengut e Hein argumenta que o trabalho com a MM deve “[...] ir além das simples resoluções de questões matemáticas, muitas vezes sem significado para o aluno, e levá-lo a adquirir uma melhor compreensão tanto da teoria matemática quanto da natureza do problema a ser modelado” (BIEMBENGUT, HEIN, 2013, p.18). Desse modo, ao observarem as diversas formas geométricas presentes no cotidiano, os alunos tiveram a contextualização do objeto de estudo proposto.
2º - inteiração	Com o objetivo de inteirar-se sobre o objeto de estudo, proporcionou-se um diálogo entre os alunos mediado pelo professor sobre as diversas formas geométricas que os alunos notaram presentes na natureza, nas construções civis, nas embalagens de produtos, dentre outros. “essa etapa representa um primeiro contato com uma situação problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características sobre essa situação” (ALMEIDA, 2012, p.15). Esta etapa de socialização das diversas formas geométricas teve como objetivo trazer o objeto de estudo para o contexto dos alunos. Como eles apresentaram diversas formas geométricas dentre elas, cilindro, cone, esfera e poliedros,

	<p>selecionamos os objetos com formato de prisma e pirâmides e descartamos as outras formas.</p>												
<p>3º - matematização e resolução</p>	<p>Foi proposto aos alunos que usando papel cartão, régua, tesoura, cola e transferidor construíssem alguns sólidos geométricos na forma de prismas e pirâmides. Como afirma Almeida “[...] gera-se a necessidade da transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática). Essa linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido” (ALMEIDA, 2012, p.16). Esse é o estágio da matematização da situação real. Logo após, pediu-se a eles que observassem as características de cada sólido construído e identificassem os elementos (faces, vértices e arestas) de cada sólido e a relação entre eles. Na sequência, foram provocados a deduzirem uma regra (modelo) para determinar a quantidade de faces, vértices e arestas dos sólidos geométricos apresentados conhecendo apenas as suas bases. Nas palavras de Almeida é o momento de construir “[...] modelo matemático com finalidade de descrever a situação” (ALMEIDA, 2012, p.16). Nesse âmbito, o modelo obtido permite a análise dos aspectos relevantes da situação, permite responder perguntas formuladas sobre o problema e em alguns casos viabiliza a realização de previsões. Nesta etapa, os alunos chegaram a uma fórmula matemática que permitiu quantificar as faces, vértices e arestas dos sólidos construídos.</p> <table border="1" data-bbox="790 1429 1204 1706"> <thead> <tr> <th></th> <th>Primas</th> <th>Pirâmides</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Faces</td> <td>$n+2$</td> <td>$n+1$</td> </tr> <tr> <td>Vértices</td> <td>$2n$</td> <td>$n + 1$</td> </tr> <tr> <td>Arestas</td> <td>$3n$</td> <td>$2n$</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> • Sendo n o número de lados dos polígonos da base. 		Primas	Pirâmides	Faces	$n+2$	$n+1$	Vértices	$2n$	$n + 1$	Arestas	$3n$	$2n$
	Primas	Pirâmides											
Faces	$n+2$	$n+1$											
Vértices	$2n$	$n + 1$											
Arestas	$3n$	$2n$											
<p>4º - interpretação e validação</p>	<p>Com o intuito de validar o modelo matemático obtido no momento anterior foram apresentados outros sólidos geométricos para os educandos classificarem em prismas ou pirâmides, atribuir o nome, contar a quantidade de faces, vértices e arestas de cada um e testarem o modelo obtido. Esta etapa é a validação e</p>												

	<p>interpretação dos resultados. Almeida explica que “[...] a análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade” (ALMEIDA, 2012, p.16). Neste processo, os alunos sentiram-se protagonistas da sua aprendizagem, pois construíram um modelo matemático que funcionou para outros sólidos, além dos já construídos.</p>
--	---

Fonte: CARMO, J. do et al (2022).

Ao longo de todas as etapas das atividades foram coletados os dados mediante observações direta do autor, registros em diários de bordo e questionário como já mencionado anteriormente e organizados de modo a permitir a análise dos mesmos para apontar os indícios de aprendizagem por parte dos alunos sobre a atividade desenvolvida.

Resultados e discussão

A análise do estudo de caso é a etapa em que se compreende o fenômeno investigado e, também, é o meio de encontrar respostas à pergunta da pesquisa: a Modelagem Matemática como prática metodológica de ensino na Educação Básica auxilia no ensino e aprendizagem dos conceitos de prisma e pirâmide? É nesta fase da pesquisa que são verificadas as mudanças no modo de pensar dos sujeitos que participaram do estudo, podendo ser analisadas por meio das falas desses sujeitos. Silva (2018, p.154) define os momentos dessa fala como conteúdo do pensamento, e os chama de flashes, “que também são percebidos como representações verbais do pensamento [...]”. Desse modo, o flash é uma das partes da estrutura da análise e a partir dele, é possível examinar o processo de significação dos alunos participantes da pesquisa.

Nesta investigação, os dados foram obtidos por meio da observação direta do autor além de questionários que os alunos responderam durante o desenvolvimento da atividade. A MM provoca o aluno buscar respostas para os problemas a partir de conhecimentos prévios, recorrendo a diferentes informações para resolver, avaliar e refletir sobre a questão. Isso o coloca na posição de sujeito da aprendizagem, ou seja, é ele próprio quem atribui significados ao conteúdo abordado em aula.

Por outro lado, o ensino tradicional de Matemática, meio a cálculos e fórmulas, desconsidera o ensino de forma crítica e reflexiva do sujeito e descarta a contextualização dos

conteúdos. Vejam os flashes que corroboram tal discussão: *‘as outras aulas eram diferentes, o professor passava um monte de conteúdo e eu tinha que decorar, era muito difícil’ (flashe 1); antes dessas atividades as equações vinham praticamente prontas, diferente dessa atividade, que nos fez usar mais a cabeça (Flash 2); ‘eu gostei das aulas porque foi através das figuras que construí que eu aprendi o conteúdo’ (flashe 3)*. Burak e Aragão ressalta que “[...] na resolução de um problema ou de uma situação-problema os conteúdos matemáticos ganham importância e significado” (BURAK, ARAGÃO, 2012, p. 96).

Em relação à observação direta, foi perceptível o envolvimento dos alunos em todas as etapas da atividade proposta e desenvolvida; desde a apresentação das diversas formas geométricas pesquisadas, na construção dos prismas e pirâmides, nas discussões e na construção do modelo. Foram participativos, empenharam no momento de construção dos sólidos geométricos, mostraram-se interessados e esforçados em todas as etapas da atividade, mesmo nas mais teóricas. “A caracterização da Modelagem Matemática em relação a outras atividades investigativas reside justamente na presença desse conjunto de ações. Ou seja, o ‘aluno modelador’ se envolve com essas ações” (ALMEIDA, 2012, p. 19).

No ensino tradicional, é recorrente ouvir reclamações de alunos sobre aulas expositivas de matemática serem chatas e desmotivadoras, portanto, esta pesquisa mostrou que, a prática metodológica utilizada, resultou numa participação efetiva dos alunos em todo o processo de aprendizagem e foi notável o engajamento e a satisfação em realizá-las. *‘Gostei de construir os prismas e as pirâmides, agora sei a diferença de cada um’ (flash 4); olhando para as figuras que fiz, eu pude pegar nos vértices, nas arestas e nas faces, não esqueço nunca mais (flash 5)*. Nesse cenário, observa-se que “[...] a modelagem é vista por muitos como uma estratégia pedagógica motivadora, capaz de despertar o interesse do aluno pela Matemática” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013, p. 85).

Como ocorre na maioria das novas atividades que os alunos se propõem a realizar, surgiram dificuldades. Neste caso, a construção dos sólidos foi a etapa mais desafiadora, especialmente no uso da régua e do compasso para realizar medições precisas. No entanto, com o devido apoio do professor, os alunos conseguiram desenvolver as atividades sem grandes obstáculos. Assim, a maioria concluiu com sucesso essa primeira fase da tarefa.

Por conseguinte, autores como (BASSANEZI, 1990, 1994; BIEMBENGUT, 1990, 1999; BORBA, MENEGHETTI & HERMINI, 1997, 1999) afirmam que no Brasil, o uso da

Modelagem está ligado à noção de trabalho com projetos. Trata-se em dividir os alunos em grupos, os quais devem eleger temas de interesse para investigação por meio da Matemática, contando com o acompanhamento do educador. Neste trabalho, pôde-se constatar a importância das atividades serem realizadas em grupos conforme os seguintes flashes: *‘trabalhar em grupos achei interessante porque nós ajudamos uns aos outros’* (flash 6); *‘quando alguém do meu grupo tinha dúvidas, os outros ajudavam’* (flash 7); *‘foi muito legal estudar matemática em grupos, a gente aprende mais, dá até para tirar dúvidas com os colegas’* (flash 8). Dessa forma, o trabalho em grupo promove interação entre os alunos e permite a troca de conhecimento e os integrantes exercitam a capacidade de comunicação em busca de um objetivo.

Considerações finais

Alicerçado nas discussões realizadas e, retornando à problemática que norteou a investigação: a Modelagem Matemática como prática metodológica de ensino na Educação Básica, auxilia no ensino e aprendizagem dos conceitos de prisma e pirâmide? Compreende-se que nas salas de aula, especificamente na disciplina de Matemática, há um enorme desafio no processo de ensino e aprendizagem. Em oposição às aulas expositivas de matemática, frequentemente percebidas como monótonas e desmotivadoras, esta pesquisa evidenciou que a metodologia adotada favoreceu uma participação ativa dos estudantes em todas as etapas do processo de aprendizagem, sendo notável o engajamento e a satisfação demonstrados durante a realização das atividades.

Mediante os resultados obtidos, observou-se que a MM, ao trabalhar com situações reais e do cotidiano dos alunos, propicia uma aula motivadora e desperta o interesse do aluno. “[...] Nesse sentido, ‘coisas da vida’ passam a figurar como ou a ser ‘coisas da matemática’, e é a partir delas que se constituem histórias de matemática, histórias de aulas de matemática” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013, p. 9).

Nesse entendimento, o ensino e a aprendizagem do conceito de prisma e pirâmide de forma contextualizada nas duas turmas de 7^º ano da EB proporcionou a interação dos alunos, compromisso e participação efetiva em todas as etapas da atividade. Sendo assim, a MM surge nesta pesquisa como uma alternativa de prática metodológica de ensino de Matemática, mais especificamente, do ensino dos conceitos de prismas e pirâmides na Educação Básica.

Neste método, o professor não é o detentor de todo o conhecimento, mas mediador que motiva, orienta e aponta caminhos rumo ao saber, tornando o ambiente mais democrático. “[...] manter um clima de liberdade, estimulando a participação, a descontração e a criatividade individual, permitirá obter resultados satisfatórios em relação ao aprendizado de matemática.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2013, p. 21).

Conclui-se também que a avaliação deve ser processual e contínua, sobretudo ter sempre o caráter de reorientação do método que estimula a criatividade e caracteriza a MM. Deve-se levar em consideração o domínio dos conceitos que o aluno desenvolveu no decorrer das atividades, o desempenho, a participação, a assiduidade, o cumprimento das tarefas e o espírito comunitário. Nesse sentido o professor deve adotar uma teoria de avaliação que leve em conta dois aspectos principais: avaliação como fator de redirecionamento do trabalho do professor e avaliar para verificar o grau de aprendizado do aluno.

Finalmente, é importante considerar que este estudo se limitou a turmas de 7º ano do Ensino Fundamental II. Dessa maneira, sugere estudos em outros níveis de ensino utilizando a MM como prática de ensino pois é imprescindível que os professores estejam sempre à procura de diferentes formas de ensinar para atender melhor às necessidades dos alunos e tornar o aprendizado mais eficaz, acessível e motivador para todos os alunos.

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R. C. Modelagem como estratégia metodológica no ensino da matemática. **Boletim de Educação da SBMAC**. São Paulo: IMECC/Unicamp, 1994.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed., 3ª reimp. São Paulo: Contexto, 2011.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico**. Rio Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Barbosa.pdf. Acesso em: 21 de novembro de 2022.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed., 3ª reimp. São Paulo: Contexto, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria da Educação: Orientações Curriculares Nacionais. **Educação Fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 21 nov. 2022.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1992.

KOPNIN, P.V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LANNER DE MOURA, A; SOUSA, M. O lógico-histórico: uma perspectiva didática da álgebra na formação de professores. In: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 11, 2002, Goiânia. Anais... Goiânia: ENDIPE, 2002.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. Modelagem em Educação Matemática. Coleção Tendências em Educação Matemática. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

MOURA, M. O. O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

PANOSSIAN, M. L; MORETTI, V. D; SOUZA, F. D. de. Relações entre movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (org.). Educação Escolar e Pesquisa na Teoria Histórico-Cultural. São Paulo: Edições Loyla, 2017. p. 125-152.

SILVA, M. M. da. **A apropriação dos aspectos constituintes da atividade pedagógica por professores de matemática em formação inicial**. 2018. 307 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2018.

SOUSA, M. do C. de. O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. Unpublished doctoral dissertation, Campinas State University at Campinas, Brazil (2004).

STAKE, R. **Estudos de caso em pesquisa e avaliação educacional**. Educação e seleção, n.7, p. 5-14, 2013.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.