

# **PESQUISA EM ÍNDICES DE PREÇOS: EVOLUÇÃO HISTÓRICA E PRINCIPAIS MÉTODOS DE CÁLCULO**

ANDRÉ GROSSI MACHADO<sup>1</sup>  
ODILON JOSE DE OLIVEIRA NETO<sup>2</sup>  
REGINALDO SANTANA FIGUEIREDO<sup>3</sup>

## **RESUMO**

O presente trabalho objetiva revisar os antecedentes históricos da pesquisa de uma das ferramentas mais utilizadas e divulgadas em estudos econômicos em todo o mundo: os índices de preços. Observa-se que o volume de trabalhos, discussões e estudos da teoria de índices de preços no decorrer do tempo, além de ilustrar a importância do assunto, permitiu o constante melhoramento dos métodos de cálculo e a defesa de diferentes pontos de vistas, levando inclusive à divisão de seu corpo teórico em algumas principais linhas ou correntes de pesquisa. A história da pesquisa tem seus primeiros registros no início do século XVIII, desenvolve-se sob vários enfoques e se enriquece ainda mais a partir do século XX. Esses enfoques gradualmente ajudaram a formar as três mais importantes abordagens da teoria de índices de preço, tais como são representados na literatura atual: a “abordagem estatística”, a “abordagem axiomática” e a “abordagem econômica”. Apesar da divisão, observa-se certa complementaridade já que a elaboração prática de índices de preços utiliza conceitos relacionados às três abordagens de forma integrada, dependendo de cada etapa de sua elaboração.

Palavras-chave: Índice de preços; Abordagem estatística; Abordagem axiomática; Abordagem econômica.

## **ABSTRACT**

The present work aims to revise the historical antecedents of the research of one of the tools more used and published in economical studies in world: the price indexes. It was observed that the volume of works, discussions and studies of the theory of price indexes in elapsing of the time, besides illustrating the importance of the subject, it allowed the constant improvement of the calculation methods and the defense of different points of views, taking besides to the division of your theoretical body in some main lines or research currents. The history of the research has their first registrations in the beginning of the century XVIII, it grows under several focuses and still gets rich more starting from the century XX. Those focuses gradually helped to form the three more important approaches of the price index theory, such as they are represented in the current literature: the "statistical approach", the "axiomatic approach" and the "economical approach". In spite of the division, certain complementarity is observed since the practical elaboration of price indexes uses concepts related to the three approaches in an integrated way, depending on each stage of your elaboration.

Key-words: Price indexes; Statistical approach; Axiomatic approach; Economical approach.

JEL CLASSIFICATION: C1.

---

<sup>1</sup> M. Sc. Em Agronegócio pela UFG/GO, doutorando pela FGV/EAESP, prof. UNIFAN/GO.

<sup>2</sup> M. Sc. Em Agronegócio pela UFG/GO, doutorando pela FGV/EAESP, prof. assistente UFU/MG.

<sup>3</sup> Phd. em Modelagem e Simulação pela Universidade do Texas (Texas A&M) e prof. do Programa de Pós-Graduação em Agronegócio, UFG/GO.

## 1 INTRODUÇÃO

O conjunto de valores observados de uma mesma variável em um período de tempo são dados estatísticos conhecidos como séries temporais. Alguns exemplos típicos de séries temporais são: os preços e quantidades mensais de mercadorias negociadas em um dado mercado, os salários pagos em um determinado número de meses, produção anual da agricultura de um país em um determinado número de anos, o valor diário da cotação de uma moeda ou ação, etc.

Apesar da importância do uso de séries temporais para os mais variados estudos, principalmente na área dos negócios e da economia, a sua utilização torna-se difícil quando há a necessidade de um mesmo fenômeno ser representado por várias diferentes séries temporais que não mantêm relações ou não possam ser comparadas entre si. O problema se resume em como analisar o comportamento de um fenômeno no tempo se ele possui várias dimensões e nenhuma dimensão isoladamente representa adequadamente o fenômeno.

Para esse propósito se faz necessário a utilização de um método de agregação desse grande número de dados em poucos parâmetros ou medidas que levem em conta simultaneamente todas as dimensões do fenômeno. A agregação dessa grande quantidade de dados é a questão básica proposta pelos números índices (INTERNATIONAL MONETARY FUND – IMF, 2004).

Segundo Simonsen (1976), números índices são números abstratos ou destituídos de qualquer grandeza dimensional, que além de medirem a evolução de apenas uma série temporal homogênea (índice simples), são capazes de medir a evolução relativa de um conjunto de séries temporais heterogêneas (índice composto).

Os índices compostos representam a aplicação de maior utilidade dos números índices para os mais diversos estudos, já que existe, como exposto anteriormente, uma enorme necessidade de agregação de duas ou mais séries de dados heterogêneas para explicação de determinados fenômenos.

Nesse sentido a economia pode ser considerada como um dos campos de estudo que mais se utilizam dos números índices dado o seu conjunto de diferentes medidas e fenômenos individuais, e a necessidade e utilidade de agregá-los. De acordo com Diewert (1987), consumidores e firmas consomem e produzem milhares de produtos e serviços em um determinado período de tempo e os números índices são utilizados justamente para resumir essa enorme quantidade de informações microeconômicas. Para o autor, os números índices entram, portanto, em toda investigação empírica em economia.

Por exemplo, a variação do produto interno bruto - PIB de um país pode ser consequência da variação física da produção nacional do país, assim como pode ser consequência da variação nos preços dos produtos. Da mesma forma, se o objeto de análise for a variação das compras de uma grande empresa, faz-se necessário diferenciar a parcela de variação decorrente dos itens incorporados nas compras mensais da empresa, assim como a parcela decorrente da variação de seus preços. Entretanto, a dificuldade está no fato de que as diferentes séries de preços e quantidades produzidas pelo país ou comercializadas pela empresa são grandezas que medem coisas diferentes (R\$, R\$/litros, R\$/kg, litros, kg, m<sup>3</sup>, etc.), e, portanto, são incomparáveis entre si.

Nos casos específicos do PIB e das compras de uma empresa, trata-se de um problema resolvido por meio dos índices de preço, que representam a aplicação mais importante e utilizada de números índices na economia. Com eles pode-se resolver o problema de agregação de série temporais de preço e volume de mercadorias qualitativamente diferentes, compactando as informações em uma série de índices que captam mudanças relativas nos preços e/ou volumes de um grupo de bens e serviços em um determinado período de tempo.

Para se chegar a um índice de preços que agregue toda essa informação heterogênea, intuitivamente deve-se utilizar de um critério de ponderação, ou seja, calcular o aumento geral de preços por meio de uma média ponderada dos diferentes aumentos individuais, e nesse caso, os coeficientes de ponderação são as quantidades<sup>4</sup> (SIMONSEN, 1976).

Mesmo sendo intuitiva a utilização de um critério de ponderação, há muitos diferentes modelos e alternativas para cálculo de índices de preço verificados na literatura, e o atual estado da arte dessa pesquisa se deve a diversas contribuições de pesquisadores da área.

O volume de trabalhos, discussões e estudos da teoria de índices de preços no decorrer do tempo, além de ilustrar a importância do assunto, permitiu o constante melhoramento dos métodos de cálculo e a defesa de diferentes pontos de vistas, levando inclusive à divisão da teoria dos números índices em algumas principais linhas ou correntes de pesquisa.

## **2 HISTÓRIA E PRINCIPAIS ABORDAGENS DA TEORIA DE ÍNDICES DE PREÇOS**

A história da pesquisa em índices de preços tem seus primeiros registros no início do século XVIII, com tentativas de estimação feitas por várias pessoas, de forma independente, e sempre com o mesmo intuito: calcular as variações no poder de compra de suas moedas.

---

<sup>4</sup> De maneira análoga, para cálculo de um índice de quantidades o fator de ponderação são os preços.

De acordo com Diewert (1993a), a primeira pessoa a propor o método de cálculo de um índice de preços foi Willian Fleetwood, o Bispo de Ely, em 1707. Em seu livro *Chronicon Preciosum* ele analisou a variação do nível de preços (ou a variação do valor da moeda) comparando os gastos de um estudante de Oxford em 1707 e em 1460, utilizando para tanto uma cesta de consumo fixa.

Após alguns anos, duas outras iniciativas de construção de índices de preço aparecem registradas na literatura em 1738 e 1764. Diewert (1987) cita a proposta e utilização de uma fórmula de cálculo feita por Dutot em 1738. O índice de Dutot consiste na razão entre a média geral dos preços em um determinado período e a média geral dos preços em um período base, apresentando, contudo, pouco sucesso dada a grande possibilidade de erro em decorrência da diferença de magnitude e unidades dos produtos somados. O índice de Dutot é assim calculado:

$$I_{Dutot} = \frac{\sum_{n=1}^N \frac{P_n^t}{N}}{\sum_{n=1}^N \frac{P_n^b}{N}} \quad (1)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços envolvidos no cálculo;  $t$  representa a data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $p_n^t$  é o preço do bem  $n$  no período corrente; e  $p_n^b$  é o preço do mesmo bem  $n$  no período base.

A proposta de 1764, como pode ser vista em Diewert (1987) e Carmo (1987) é do italiano Gian Rinaldo Carli, que analisou o comportamento de alguns produtos como grãos, vinho e azeite de 1500 a 1750. Carli utilizou uma média aritmética simples das razões dos preços nos períodos comparados, e apesar de apresentar uma fórmula distinta de cálculo, o seu índice envolve as mesmas variáveis do índice de Dutot:

$$I_{Carli} = \frac{\sum_{n=1}^N \frac{P_n^t}{P_n^b}}{N} \quad (2)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços envolvidos no cálculo;  $t$  representa a data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $p_n^t$  é o preço do bem  $n$  no período corrente; e  $p_n^b$  é o preço do mesmo bem  $n$  no período base.

Ainda no fim do século XVIII, cabe ressaltar a iniciativa de construção de um índice de preços realizada no ano de 1780 por meio da Legislatura do Estado de Massachusetts nos Estados Unidos. De acordo com Diewert (1993a) o objetivo desse índice era corrigir o pagamento dos soldados envolvidos na guerra, buscando amenizar os efeitos da grande inflação existente no período. Segundo Gameiro (2004) esse índice representa o primeiro de caráter público e oficial da história.

Contudo, percebe-se que até então a maioria dos índices existentes não consideravam critérios de ponderação, como é o caso dos índices de Dutot e Carli. Entretanto, em 1823 destaca-se o trabalho de Joseph Lowe, considerado o pai do conceito da ponderação dos índices.

De acordo com Diewert (1993a) Lowe merece o título por ter desenvolvido o conceito detalhadamente, mas destaca que o próprio Lowe referencia o trabalho de Fleetwood, que em 1707 utilizou sua cesta fixa para análise da variação dos preços.

No desenvolvimento de seu índice, porém, Lowe não especifica como seria formado o vetor de quantidades. Por esse motivo o índice apresenta limitações e é assim representado:

$$I_{Lowe} = \frac{\sum_{n=1}^N p_n^t q_n}{\sum_{n=1}^N p_n^b q_n} \quad (3)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços;  $t$  representa a data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $p_n^t$  é o preço do bem  $n$  no período corrente;  $p_n^b$  é o preço do mesmo bem  $n$  no período base; e  $q_n$  é a quantidade comercializada de  $n$ .

Com a não especificação de como se formaria o vetor de quantidades no índice proposto por Lowe, cabe destacar dois trabalhos subseqüentes de dois pesquisadores alemães, que propuseram duas das mais importantes fórmulas para cálculo de índices de preço até hoje: o índice de Laspeyres (1871) e o índice de Paasche (1874)<sup>5</sup> (DIEWERT, 1993a).

<sup>5</sup> Obras referenciadas por Diewert (1993a).

Buscando especificar o vetor de quantidade, Laspeyres propôs que  $q_n$ , na fórmula de Lowe deveria representar o período base  $\{q_n^b, q_1^b, \dots, q_N^b\}$ . Paasche por sua vez, propôs para a fórmula o uso do vetor de quantidade fixa no período corrente ou atual  $\{q_n^t, q_1^t, \dots, q_N^t\}$ .

O índice de preços de Laspeyres pode ser expresso como:

$$I_{Laspeyres} = \frac{\sum_{n=1}^N W_n^b \frac{p_n^t}{p_n^b} q_n^b}{\sum_{n=1}^N p_n^b q_n^b}, \text{ com} \quad (4)$$

$$W_n^b = \frac{p_n^b q_n^b}{\sum_{n=1}^N p_n^b q_n^b} \quad (5)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços envolvidos no cálculo;  $t$  representa a data atual ou data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $p_n^t$  é o preço do bem  $n$  no período corrente;  $p_n^b$  e  $q_n^b$  são respectivamente preço e quantidade do mesmo bem  $n$  no período base; e  $W_n^b$  é a participação do dispêndio com o produto  $n$  no total do mercado na data base.

Como se pode notar diretamente observando as equações (4) e (5), o índice de Laspeyres constitui uma média ponderada de relativos, onde os fatores de ponderação são determinados a partir de preços e de quantidades de uma época fixa, a época-base (representada pelo sobrescrito  $b$ ).

Como sua base de cálculo é fixa  $\{W_n^b\}$ , o sistema de ponderação é um vetor de constantes. Portanto, não existe a possibilidade de substituir itens que perderam sua importância relativa dentro do conjunto ou incluir novos itens que surgiram no decorrer do tempo. Logo, o método de Laspeyres não capta os efeitos de mudanças no conjunto de itens que compõem o índice e, portanto, está sujeito a distorções com o passar do tempo.

O índice de preços de Paasche foi formulado originalmente como uma média harmônica ponderada de relativos, cujos pesos são calculados com base nos preços e nas quantidades dos itens da época atual. Sua base de ponderação é, portanto, a época atual como mostram as equações (6) e (7):

$$I_{Paasche} = \frac{\sum_{n=1}^N W_n^t}{\sum_{n=1}^N W_n^t \frac{p_n^b}{p_n^t}} \cdot \frac{1}{\sum_{n=1}^N \frac{p_n^t q_n^t}{p_n^b q_n^t}}, \text{ com} \quad (6)$$

$$W_n^t = \frac{p_n^t q_n^t}{\sum_{n=1}^N p_n^t q_n^t} \quad (7)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços envolvidos no cálculo;  $t$  representa a data atual ou data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $p_n^t$  e  $q_n^t$  são respectivamente preço e quantidade do bem  $n$  no período corrente;  $p_n^b$  é o preço do mesmo bem  $n$  no período base; e  $W_n^t$  é a participação do dispêndio com o produto  $n$  no total do mercado no período corrente.

No entanto, era evidente que na prática as quantidades dificilmente seriam as mesmas nos dois períodos em consideração. Procurando solucionar o problema do uso de uma cesta fixa (no caso de Laspeyres a cesta de consumo do período base, e em Paasche a cesta do período corrente), vários autores começaram a discutir o uso de uma média entre os índices de Laspeyres e Paasche, ou, simplesmente, uma média entre as quantidades dos dois períodos analisados. Destaca-se nesse sentido, segundo Diewert (1987, 1993a, 2002), a fórmula proposta por Irving Fisher (1927)<sup>6</sup>, conhecida como o “índice ideal de Fisher”<sup>7</sup>:

$$I_{Fisher} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N p_n^t q_n^b}{\sum_{n=1}^N p_n^b q_n^b} \cdot \frac{\sum_{n=1}^N p_n^t q_n^t}{\sum_{n=1}^N p_n^b q_n^t}} = \sqrt{I_{Laspeyres} \cdot I_{Paasche}} \quad (8)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços envolvidos no cálculo;  $t$  representa a data atual ou data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $p_n^t$  e  $q_n^t$  são respectivamente preço e quantidade do bem  $n$  no período corrente e;  $p_n^b$  e  $q_n^b$  são respectivamente o preço e quantidade do mesmo bem  $n$  no período base.

<sup>6</sup> A obra de Irving Fisher (1927) é referenciada por Diewert (1987, 1993a, 2002).

<sup>7</sup> De acordo com Gameiro (2004) o próprio Fisher credita a descoberta do “índice ideal” à Walsh.

Ainda dentro da procura de uma solução para o problema do uso da cesta fixa, cabe destacar, como mostra Diewert (1987, 1993a, 2002) o índice proposto por Walsh (1901, 1921), e o índice de Marshall (1887) e Edgeworth (1925)<sup>8</sup>. Os índices apresentam as seguintes fórmulas respectivamente:

$$I_{Walsh} = \frac{\prod_{n=1}^N p_n^t q_n^b q_n^t}{\prod_{n=1}^N p_n^b q_n^b q_n^t} \quad (9)$$

$$I_{Marshall \equiv Edgeworth} = \frac{\prod_{n=1}^N p_n^t (1/2) q_n^b q_n^t}{\prod_{n=1}^N p_n^b (1/2) q_n^b q_n^t} \quad (10)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços envolvidos no cálculo;  $t$  representa a data atual ou data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $p_n^t$  e  $q_n^t$  são respectivamente o preço e a quantidade do bem  $n$  no período corrente; e  $p_n^b$  e  $q_n^b$  são respectivamente preço e quantidade do mesmo bem  $n$  no período base.

De acordo com Carmo (1987) e Diewert (1987), as propostas de índices de preços até então eram caracterizadas por comparações “bissituacionais” que comparavam dois pontos no tempo, e nesse sentido cabe ressaltar a importante contribuição do método da cadeia ou do princípio de encadeamento para construção de séries de índices de preços, desenvolvida por Marshall (1887)<sup>9</sup>.

Índices encadeados são índices que não se baseiam na comparação de apenas dois pontos fixos, mas sim em sucessivas comparações intermediárias entre esses dois pontos. Por considerar o período imediatamente anterior como base de comparação, tem a vantagem de poder melhor traduzir as mudanças nos hábitos de consumo, o surgimento de novos produtos e o fenômeno de sazonalidade de certos produtos.

A justificativa teórica para esse procedimento, de acordo com Carmo (1987) foi apresentada pelo economista francês François Divisia em 1925, que desenvolveu o conceito de “índices contínuos”. De acordo com Gameiro (2004), Divisia considerava que todas

<sup>8</sup> As obras de Walsh, Marshall e Edgeworth são referenciadas por Diewert (1987, 1993a, 2002).

<sup>9</sup> Obra citada por Diewert (1987).

variáveis econômicas – incluindo preços e quantidades - evoluíam de forma contínua, e com isso, as funções de preço e quantidade poderiam ser diferenciáveis.

Segundo Carmo (1987), assumindo que o índice contínuo de preços é representado por  $dP(t)/P(t)$ , representando taxas instantâneas de variação do nível de preços, pode-se através dele determinar a fórmula do índice de Divisia<sup>10</sup>. Com esse desenvolvimento chega-se ao índice, que pode ser entendido como uma média geométrica dos relativos de preços ponderada pela participação de cada componente no dispêndio total:

$$I_{Divisia} = \prod_{n=1}^N \frac{P_n^t}{P_n^b}^{W_n}, \text{ ou} \quad (11)$$

$$\ln I_{Divisia} = \sum_{n=1}^N W_n \ln \frac{P_n^t}{P_n^b}, \text{ com} \quad (12)$$

$$\sum_{n=1}^N W_n = 1 \quad (13)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços envolvidos no cálculo;  $t$  representa a data atual ou data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $P_n^t$  é o preço do bem  $n$  no período corrente;  $P_n^b$  é o preço do mesmo bem  $n$  no período base; e  $W_n$  é a participação do dispêndio com o produto  $n$  no total do mercado em determinada data.

Segundo Diewert (1993a), o problema, porém, é que na prática não há disponibilidade de informação contínua sobre preços e quantidades ao longo de um determinado período, e por esse motivo o índice de Divisia é conhecido como um índice “teórico”.

Entretanto, como ressalta Carmo (2004), há possibilidade de aproximações ao índice de Divisia, e na prática elas são feitas com o encadeamento de índices calculados para períodos discretos. Com isso Carmo (1987) afirma que qualquer fórmula pode ser uma aproximação de Divisia, desde que calculada com um encadeamento em pequenos intervalos de tempo e com uma base móvel de ponderação.

<sup>10</sup> Para uma descrição mais detalhada do desenvolvimento do índice de preços de Divisia, ver Kirsten (1975), Carmo (1987, 2004), Diewert (1993a, 2001), e Gameiro (2004).

Percebe-se, portanto, que desde os primeiros trabalhos, a pesquisa em índices de preço foi desenvolvida sob diferentes enfoques, se enriquecendo ainda mais a partir do século XX<sup>11</sup>. Esses enfoques gradualmente ajudaram a formar as três mais importantes abordagens da teoria de índices de preço, tais como são representados na literatura atual: a “abordagem estatística”, a “abordagem axiomática” e a “abordagem econômica”<sup>12</sup>. A discussão sobre as três abordagens pode ser encontrada em trabalhos como Kirsten (1975), Diewert (1987, 1993a, 2001, 2002, 2003b), Carmo (1987, 2004), Gameiro (2004) e IMF (2004).

Os índices ponderados como os de Lowe, Laspeyres, e Paasche, são agrupados ou classificados de acordo com Diewert (1993a, 2002), no que ele chama de “abordagem da cesta fixa”. Essa abordagem de grande importância para o aprimoramento da pesquisa em índices de preços acabou sendo assimilada principalmente pelas abordagens axiomática e econômica. Já os índices não ponderados como os de Dutot e Carli acabaram servindo de base para o desenvolvimento da abordagem estatística, como pode ser visto em Diewert (1987, 2001, 2002, 2003b).

Cabe ressaltar que, apesar da divisão da teoria em três abordagens principais, para Carmo (2004) nenhuma das três isoladamente permite propor soluções gerais para a resolução do problema. Entretanto, a elaboração prática de índices de preços utiliza conceitos relacionados às três abordagens de forma integrada, dependendo de cada etapa de sua elaboração.

### **3 ABORDAGEM ECONÔMICA**

A abordagem econômica, considerada por Gameiro (2004) como a terceira grande linha de pesquisa em índices de preços, e, portanto, a mais recente entre as três abordagens, se destaca das demais por assumir a interdependência entre preços e quantidades.

Essa abordagem teve como precursor o russo Konüs (1939)<sup>13</sup>, que propôs o conceito de índice de custo de vida – ICV baseando-se na comparação entre as despesas monetárias de um consumidor, dadas suas preferências, entre dois períodos de tempo, onde ocorrem variações nos preços dos bens e serviços consumidos. Pode também ser interpretada como o

---

<sup>11</sup> Além dos autores e seus índices citados neste trabalho, pode-se encontrar um maior detalhamento da história da pesquisa em índices de preço no trabalho de Diewert (1993a) e nas teses de Carmo (1987) e Gameiro (2004).

<sup>12</sup> Alguns autores como Diewert (1993a) ainda consideram uma quarta abordagem: a abordagem de Divisia. Isso pode ser explicado pela importância da contribuição do economista francês para a pesquisa em índice de preços, sendo considerado segundo Gameiro (2004) a maior referência em estudos de índices de base encadeada.

<sup>13</sup> Artigo traduzido para o inglês, do original russo publicado em 1924.

cálculo da variação do custo de vida de um consumidor mantendo inalterado seu nível de utilidade.

Com essa abordagem pôde-se dar sentido econômico às fórmulas de índices de preços, já que são utilizadas em suas construções a função utilidade ou as preferências do consumidor, e a função custo ou os dispêndios dos consumidores, que são restrições utilizadas nos processos de otimização na Teoria Econômica.

A função utilidade de um consumidor pode ser entendida como um modo de descrever e ordenar suas preferências através de cestas de consumo com  $n$  produtos:  $F(q)$ , em que  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ . A sua função custo pode ser entendida como o valor do dispêndio ao adquirir a cesta preferida, ou seja, as quantidades desejadas de cada produto da cesta dados seus respectivos preços:  $C(F(q), p)$ , onde  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ . O consumidor procurará, portanto, minimizar essa função custo dado um determinado nível ótimo de utilidade ( $u$ ) (VARIAN, 2006). Portanto tem-se que:

$$C(u, p) = \min \{p \cdot q : F(q) \geq u\} \quad (14)$$

Pela teoria da dualidade, a escolha ótima do consumidor também pode ser analisada como a busca da cesta que maximize sua utilidade, ou a cesta de mercado de maior nível de utilidade possível dada a sua função custo ou restrição orçamentária<sup>14</sup> (VARIAN, 2006).

Logo, a fórmula proposta por Konüs é dada da seguinte forma:

$$I_{Konüs} = \frac{C(F(q), p^t)}{C(F(q), p^b)} \quad (15)$$

Onde  $F(q)$  é uma função de  $n$  variáveis representando as preferências do consumidor; e  $C$  é a função custo ou dispêndio do consumidor dados os preços correspondentes aos períodos base e corrente ( $p^b$  e  $p^t$ ).

O grande problema da utilização prática desse método de cálculo para Diewert (1987, 1993b), vem da dificuldade do claro conhecimento das verdadeiras preferências do consumidor, ou o conhecimento de sua função utilidade. Portanto, como solução, o autor aponta como necessário o conhecimento dos limites ou fronteiras (*bounds*)<sup>15</sup> para esse índice.

<sup>14</sup> Para cálculo de um índice de custo de produção - ICP, a análise é análoga ao ICV, considerando-se neste caso a função de produção da firma e o problema de maximização do lucro, no lugar da função utilidade do consumidor e do problema de maximização da utilidade.

<sup>15</sup> Termo utilizado por Diewert (1987, 1993b).

Esses limites dependeriam apenas dos preços e quantidades observadas, e não das funções específicas  $F$  e  $C$ .

Para Diewert (1987, 1993b), os limites poderiam ser estabelecidos considerando-se a função  $C$  como o dispêndio efetivo do consumidor, ou seja, simplesmente como o produto da multiplicação do preço pela quantidade consumida do bem ou serviço. Esse produto representaria a solução do problema de otimização da escolha do consumidor.

Portanto o índice proposto por Konüs ficaria da seguinte forma:

$$I_{Konüs} \approx \frac{p^t q^t}{p^b q^b} \text{ ou simplesmente como } I_{Konüs} \approx \frac{v^t}{v^b} \quad (16)$$

Onde  $p^t$ ,  $q^t$ ,  $v^t$ ,  $p^b$ ,  $q^b$ ,  $v^b$  são os preços, as quantidades e o valor do dispêndio no período corrente e no período base respectivamente.

Com isso, Konüs (1939), assim como Diewert (1987, 1993b, 2001, 2002), demonstram que esse índice que mede a variação do valor do dispêndio do consumidor do período base para o período corrente, teria como limites máximo e mínimo, os famosos índices de Laspeyres e Paasche.

Essa constatação pode ser encontrada também, de forma indireta, em Simonsen (1976), Bilas (1980), Pindyck e Rubinfeld (1999), e Varian (2006). Com base na teoria econômica do consumidor, o índice de Laspeyres superestimaria a verdadeira evolução dos preços por considerar como fator de ponderação as quantidades do ano base. Já o índice de Paasche tenderia a subestimar a verdadeira evolução dos preços por considerar como fator de ponderação as quantidades do período corrente.

Ao considerar em sua fórmula as quantidades consumidas constantes, o índice de Laspeyres assume que os consumidores não alteram seus padrões de consumo ou não migram para outros produtos após uma mudança de preços relativos. E o índice de Paasche ao considerar as quantidades variáveis ou atualizadas, deixaria de ajustar essa quantidade de acordo com os efeitos da variação relativa dos preços dos bens substitutos e complementares. Segundo Simonsen (1976) e Gameiro (2004), com base nessas constatações, Irving Fisher foi estimulado a propor sua fórmula de números índices buscando uma aproximação do índice real de variação de preços: a média geométrica dos índices de Laspeyres e Paasche.

Apesar das limitações dos índices de Laspeyres e Paasche, cabe ressaltar que, segundo Carmo (1987, 2004), há um resultado muito importante para a utilização prática dessas fórmulas: os conceitos de índices “exatos” e “superlativos”. O primeiro conceito vem da

constatação de que algumas fórmulas são consistentes ou “exatas” para determinadas especificações de função utilidade ou função dispêndio unitário correspondente<sup>16</sup>. O autor, assim como Diewert (1976, 1993b) mostra que esses índices possuem elasticidade preços zero, não captando o efeito-substituição no consumo, sendo consistentes com uma função do tipo “Leontief” em que o consumo se dá em proporções fixas.

O conceito de exatidão de números índices é amplamente discutido na literatura, porém, a abordagem econômica ainda se mostra bastante limitada justamente por se basear em hipóteses muito restritivas sobre o comportamento dos consumidores. E nesse sentido, de acordo com Carmo (2004), a concepção bastante difundida das limitações de fórmulas baseadas no comportamento do consumidor é atenuada pelo conceito de índices “superlativos”. Esse conceito desenvolvido por Diewert (1976) refere-se a fórmulas que são consistentes com funções agregativas flexíveis<sup>17</sup>, como é o caso do índice de Fisher. Os índices de Walsh e de Törnqvist (a ser apresentado), também permitem flexibilizar as hipóteses restritivas do comportamento do consumidor, e, portanto, são considerados “superlativos”.

Ainda, de acordo com Vartia (1976), outra característica importante, mas não necessária, dos índices “superlativos” é o atendimento à importante propriedade de consistência na agregação, que espera que o índice calculado em estágios deva ser igual ao índice calculado a partir de informações desagregadas.

Logo, apesar de algumas limitações, a abordagem econômica tem grande importância por se basear no comportamento do consumidor e, portanto, permitir ao menos determinar os limites onde se encontra “o verdadeiro índice”. Porém, nas últimas décadas outras abordagens teóricas foram retomadas no processo de discussão do problema prático de cálculo de índices de preços. São elas, as abordagens estatística e axiomática, duas correntes de pesquisa antecedentes à abordagem econômica, de grande importância teórica e prática (CARMO, 2004).

#### **4 ABORDAGEM ESTATÍSTICA**

A abordagem estatística ou abordagem estocástica, proposta no século XIX por alguns economistas preocupados em explicar a variação no nível geral de preços, pode ser

---

<sup>16</sup> Para maiores detalhes, ver Diewert (1976), Carmo (1987, 2004) e Gameiro (2004).

<sup>17</sup> Para maiores detalhes, ver Diewert (1976), Carmo (1987, 2004) e Gameiro (2004).

considerada segundo Gameiro (2004) como a primeira grande linha de raciocínio na teoria dos números índices.

De acordo com Diewert (1987, 1993a) essa abordagem foi concebida através das idéias de William Stanley Jevons (1865 e 1884)<sup>18</sup>, que em seus trabalhos assumia que aumentos da oferta monetária seriam responsáveis por aumentos proporcionais no nível de preços, exceto pela existência de erros aleatórios como as flutuações de preços de bens e serviços específicos. Para Jevons, dado um número suficiente de observações independentes, a relação dos preços de dois períodos,  $p_n^t / p_n^b$ , era distribuída independentemente e simetricamente em torno de uma média comum e, portanto, essa média poderia ser considerada como o estimador do componente de variação comum e proporcional.

Segundo Diewert (1987, 1993a), se a distribuição fosse a normal, o estimador de máxima verossimilhança seria a média aritmética calculada como a fórmula de Carli. Já se a relação dos preços seguisse uma distribuição log-normal, a média mais adequada seria a geométrica. Jevons defendia o uso da segunda opção e propôs o cálculo representado pela seguinte fórmula:

$$I_{Jevons} = \sqrt[N]{\prod_{n=1}^N \frac{p_n^t}{p_n^b}} \quad (17)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços;  $p_n^t$  é o preço do bem  $n$  no período corrente ( $t$ ); e  $p_n^b$  é o preço do mesmo bem  $n$  no período base ( $b$ ).

A abordagem estatística, segundo Diewert (1993a) foi criticada por outros pesquisadores destacando-se Irving Fisher (1911) e o famoso economista John Maynard Keynes (1930)<sup>19</sup>.

As maiores fontes de críticas a essa abordagem se devem à ausência de fatores de ponderação no cálculo, como as variações nas quantidades dos bens e serviços consumidos, de modo semelhante às limitações dos índices precursores de Carli e Dutot. A consideração de que as variações nos preços independem das variações nas quantidades, explícita nessa abordagem, acaba batendo de frente com a teoria econômica.

Entretanto, considerando-se que para se chegar a um índice apropriado dentro desse enfoque, é necessário o conhecimento da distribuição de probabilidade dos relativos de preços

<sup>18</sup> Obras referenciadas por Diewert (1987, 1993a, 2001, 2002, 2003).

<sup>19</sup> As obras de Keynes e Fisher são referenciadas em Diewert (1993a).

e do termo aleatório, a abordagem estatística é de grande utilidade segundo Carmo (2004). Para o autor é interessante lembrar que no processo de construção de IPCs são utilizadas amostragens probabilísticas em praticamente todas as situações onde seleções amostrais são necessárias. São os casos das Pesquisas de Orçamento Familiares - POFs, da seleção de informantes, seleção de produtos que comporão as cestas, etc. Logo, apesar de toda discussão teórica, percebe-se a possibilidade e necessidade prática de relacionar essa abordagem com as demais.

Além do mais, dado o problema da ausência de ponderação, o índice de Jevons acabou ganhando uma evolução natural: o índice geométrico ponderado. Dois métodos de ponderação a se destacar são os índices de Köonus-Byushgens e de Törnqvist.

Como afirma e Gameiro (2004), o primeiro é muitas vezes conhecido simplesmente como índice Geométrico<sup>20</sup>. Entretanto, Diewert (2003a) atribui a autoria desse índice à Köonus e Byushgens (1926)<sup>21</sup>. A sua fórmula tem como peso a participação do gasto com o produto no período base, e é representada da seguinte forma:

$$I_{\text{Köonus-Byushgens}} = \sqrt[N]{\prod_{n=1}^N \frac{p_n^t}{p_n^b} W_n^b} \quad \text{com,} \quad (18)$$

$$W_n^b = \frac{P_n^b q_n^b}{\sum_{n=1}^N P_n^b q_n^b} \quad (19)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços envolvidos no cálculo;  $t$  representa a data atual ou data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $p_n^t$  é o preço do bem  $n$  no período corrente;  $p_n^b$  e  $q_n^b$  são respectivamente, preço e quantidade do mesmo bem  $n$  no período base; e  $W_n^b$  é a participação do dispêndio com o produto  $n$  no total do mercado na data base.

De acordo com Diewert (1987) o índice proposto por Törnqvist (1936)<sup>22</sup> se diferencia do anterior por considerar como peso a média dos dispêndios do consumidor nos dois períodos em consideração. A fórmula proposta era:

<sup>20</sup> Em trabalhos como IMF (2004) esse índice é apresentado como índice geométrico de Laspeyres, já que utiliza como pesos os dados do período base.

<sup>21</sup> A obra dos autores é citada por Diewert (1976, 1993a, 2003a).

<sup>22</sup> Trabalho referenciado por Diewert (1987).

$$I_{Törnqvist} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N p_n^t q_n^b}{\sum_{n=1}^N p_n^b q_n^t}} \quad \text{com,} \quad (20)$$

$$W_n^b = \frac{p_n^b q_n^b}{\sum_{n=1}^N p_n^b q_n^b} \quad \text{e} \quad W_n^t = \frac{p_n^t q_n^t}{\sum_{n=1}^N p_n^t q_n^t} \quad (21)$$

Onde  $N$  é o número de bens e/ou serviços envolvidos no cálculo;  $t$  representa a data atual ou data corrente;  $b$  representa o período base de comparação;  $p_n^t$  e  $q_n^t$  são respectivamente o preço e a quantidade do bem  $n$  no período corrente;  $p_n^b$  e  $q_n^b$  são respectivamente preço e quantidade do mesmo bem  $n$  no período base; e  $W_n^b$  e  $W_n^t$  são respectivamente as participações do dispêndio com o produto  $n$  no total do mercado na data base e na data corrente.

Apesar do índice de Törnqvist ser considerado, segundo Gameiro (2004), como o melhor índice do enfoque estatístico, o índice de Könus-Byushgens é mais viável de utilização prática já que utiliza como ponderação as parcelas de dispêndio da data base, e, portanto, não necessita de pesquisas constantes<sup>23</sup>.

Sobre esses dois índices cabe ainda ressaltar que ambos se identificam exatamente ao índice teórico de Divisia. Essa identificação pode ser confirmada em trabalhos como Kirsten (1975), Carmo (1987, 2004) e Triches e Furlaneto (2005) que apresentam o índice de Divisia como uma média geométrica ponderada por participação de produtos em orçamentos totais.

## 5 ABORDAGEM AXIOMÁTICA

A abordagem axiomática, lógico-matemática ou abordagem do teste é originária de observações e testes de consistência das principais fórmulas propostas na literatura, procurando com isso estabelecer uma fórmula para cálculo ideal. De acordo com Diewert (2002) a idéia básica dessa abordagem é que a fórmula de índice de preços,  $P(p^b, p^t, q^b, q^t)$ , dada como uma função dos vetores de preços e quantidades representando dois períodos

<sup>23</sup> O índice de Könus-Byushgens é considerado dentro da abordagem econômica como um índice “exato” para uma função de elasticidade unitária tipo “Cobb-Douglas”, e, dentro da mesma abordagem o índice de Törnqvist é considerado “superlativo”. Por também figurarem na abordagem estatística, são bons exemplos da necessidade de um enfoque integrado das três principais abordagens para índice de preços na prática. Para mais detalhes, ver Carmo (1987, 2004).

(período base e período corrente) e designados por  $p^b$  e  $p^t$ , e  $q^b$  e  $q^t$  respectivamente, pode ser considerada como uma média ponderada dos preços relativos. Com essa estrutura definida a questão é avaliar se  $P(p^b, p^t, q^b, q^t)$  satisfaz um número suficiente de propriedades matemáticas que uma média ponderada de preços relativos poderia satisfazer até que a forma funcional de  $P$  seja determinada.

Essa abordagem, que se fundamenta na análise matemática das fórmulas para cálculo de índices até então estabelecidas é considerada por Gameiro (2004) como a segunda grande linha de pesquisa para o problema de índice de preços. Para Diewert (1987, 1993a) as primeiras pesquisas realizadas de forma sistemática da abordagem axiomática são creditadas à Walsh (1901, 1921, 1924), mas admite que frequentemente atribui-se à Irving Fisher (1922, 1927) a proposta dessa abordagem<sup>24</sup>. Isso se deve ao fato de Fisher ter representado um de seus principais defensores, e, acima de tudo, ter produzido trabalhos clássicos nos quais propôs vários testes lógicos e aplicou-os em mais de 100 métodos distintos para cálculo de índices.

Após os testes propostos por Fisher, de acordo com Gameiro (2004), vários outros foram recomendados gradualmente por outros autores e passaram a fazer parte do conjunto de testes recomendados. Uma revisão completa dos testes lógico-matemáticos mais relevantes e utilizados na teoria dos índices de preço, assim como a discussão de suas controvérsias no meio acadêmico pode ser vista em Vartia (1976) e Diewert (2003b). Na literatura nacional, a descrição de alguns testes dos mais relevantes pode ser encontrada em trabalhos como Carmo (1987, 2004). Alguns dos testes mais relevantes, baseados nesses trabalhos são os seguintes:

**1: Teste da positividade:**

$$P(p^b, p^t, q^b, q^t) > 0.$$

O teste 1 não possui muitas controvérsias.

**2: Teste da identidade ou do preço constante.**

$$P(p, p, q^b, q^t) = 1.$$

O teste 2 diz que se os preços dos dois períodos forem iguais, então o índice de preço é igual a 1, independente do vetor de suas respectivas quantidades. A controvérsia desse teste é que as quantidades podem assumir diferentes valores nos dois períodos.

**3: Teste da homogeneidade para os preços no período corrente:**

$$P(p^b, \lambda p^t, q^b, q^t) = \lambda P(p^b, p^t, q^b, q^t) \text{ para } \lambda > 0.$$

**4: Teste da homogeneidade para os preços no período base:**

---

<sup>24</sup> As obras de Walsh e Fisher são referenciadas por Diewert (1987, 1993a).

$$P(\lambda p^b, p^t, q^b, q^t) = \lambda^{\equiv} P(p^b, p^t, q^b, q^t) \text{ para } \lambda > 0.$$

Os testes 3 e 4 são chamados de testes de homogeneidade, que restringem o comportamento do índice de preços à medida que a escala de um dos vetores seja alterada.

**5: Teste da reversão de commodities:**

$$P(p^{b*}, p^{t*}, q^{b*}, q^{t*}) = P(p^b, p^t, q^b, q^t).$$

No teste 5, os vetores  $p^{b*}$  e  $p^{t*}$  representam a permuta de componentes nos vetores  $p^b$  e  $p^t$ , assim como os vetores  $q^{b*}$  e  $q^{t*}$  representam a permuta das quantidades  $q^b$  e  $q^t$  dos mesmos componentes. Esse teste garante que o resultado do índice de preço  $P$  deve ser invariável à mudança na ordem dos produtos que o compõe.

**6: Teste da comensurabilidade ou invariância a mudanças nas unidades de medida ou padrão monetário:**

$$P(\alpha_1 p_1^b, \dots, \alpha_N p_N^b; \alpha_1 p_1^t, \dots, \alpha_N p_N^t; \alpha_1^{\equiv} q_1^b, \dots, \alpha_N^{\equiv} q_N^b; \alpha_1^{\equiv} q_1^t, \dots, \alpha_N^{\equiv} q_N^t) \varphi \\ P(p_1^b, \dots, p_N^b; p_1^t, \dots, p_N^t; q_1^b, \dots, q_N^b; q_1^t, \dots, q_N^t)$$

para todo  $\alpha_1 \varphi 0, \dots, \alpha_N \varphi 0$ .

O teste 6 mostra que o índice de preço não se altera, caso haja mudança nas unidades de mensuração de cada produto.

**7: Teste de reversão temporal:**

$$P(p^b, p^t, q^b, q^t) \varphi \frac{1}{P(p^t, p^b, q^t, q^b)}$$

O teste 7 busca garantir que um índice de preço que meça a variação do período base para o período corrente, apresente exatamente o resultado inverso se calculado do período corrente para o período base. Observa-se que é um teste perfeitamente atendido para o caso de apenas um produto, ou seja, se o preço dobrar de  $b$  para  $t$ , então cairá pela metade de  $t$  para  $b$ .

**8: Teste da circularidade ou transitividade:**

$$P(p^b, p^{t+1}, q^b, q^{t+1}) = P(p^b, p^t, q^b, q^t) P(p^t, p^{t+1}, q^t, q^{t+1})$$

O teste 8 procura garantir a consistência do índice quando calculado entre quaisquer dois pontos no tempo. Para Gameiro (2004), esse é o teste de maior polêmica e relevância no estudo de índices de preços, pois, se um determinado índice, utilizando a base fixa ou a encadeada chegar ao mesmo resultado, ele tem necessariamente que atender a esse teste.

**9: Teste do valor médio:**

$$\min_n \frac{\uparrow p_n^t}{\downarrow p_n^b} : n \varphi 1, \dots, N \quad \square P(p^b, p^t, q^b, q^t) \quad \square \max_n \frac{\uparrow p_n^t}{\downarrow p_n^b} : n \varphi 1, \dots, N$$

No teste 9 o índice deve se situar entre a razão mínima e máxima dos preços da série pesquisada.

#### **10: Teste da reversão de fatores ou decomposição das causas:**

Se  $v^t = p^t \cdot q^t$ , e  $v^b = p^b \cdot q^b$ , então  $P(p^b, p^t, q^b, q^t) \cdot Q(q^b, q^t, p^b, p^t) = V(v^t, v^b)$ .

Para finalizar, o teste 10 diz que se o valor monetário das vendas ou do dispêndio ( $v$ ) é igual à multiplicação dos preços ( $p$ ) pelas quantidades ( $q$ ) dos produtos em determinada data, é desejável que o produto de índices de preços por índices de quantidades calculados por um mesmo critério, dê o índice de valor.

A idéia inicial dessa abordagem proposta por Fisher era a de que quanto mais testes a fórmula satisfizesse, melhor seria a fórmula. Entretanto, de acordo com Carmo (2004), o conjunto de testes propostos por Fisher deveria ser sempre válido quando apenas um bem era considerado. Para o autor os testes nem sempre seriam atendidos por fórmulas de agregados de bens.

Nesse sentido, alguns autores como Simonsen (1976) demonstra que os testes da identidade ou do preço constante (teste 2), de reversão temporal (teste 7) e o da circularidade ou transitividade (teste 8), que são alguns dos mais importantes, são propriedades atendidas conjuntamente apenas por índices simples.

Observa-se, portanto, que os índices mais utilizados na prática, por serem compostos, nem sempre atendem aos testes propostos<sup>25</sup> conjuntamente, o que acaba levando segundo Simonsen (1976) à impossibilidade de fugir a certo grau de convencionalismo nas medições de índices. Hoffmann (2006) também discute algumas dessas propriedades desejáveis para um número índice, englobando-as em um tópico denominado “qualidade dos números índices”, e descreve que os índices mais utilizados na prática não atendem necessariamente a algumas dessas propriedades.

## **6 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Apesar da importância das três abordagens na pesquisa de índice de preços, nenhuma das três isoladamente permite apoiar de forma consistente a elaboração de um indicador na prática, sendo necessário que elas sejam contempladas de maneira integrada. A abordagem econômica permite relacionar o índice com o comportamento do consumidor assumindo a

---

<sup>25</sup> Uma revisão detalhada dos principais testes axiomáticos, e a performance dos mais importantes índices quanto ao atendimento aos testes pode ser encontrada em Diewert (1987, 2003) e na literatura nacional em Gameiro (2004) e Carmo (1987, 2004).

interdependência de preços e quantidades. A abordagem estatística enfatiza a necessidade de se conhecer a distribuição de probabilidade dos relativos de preços, o que na prática é feito já que são utilizadas amostragens probabilísticas em praticamente todas as situações onde amostras são necessárias. E por fim, a abordagem axiomática propõe testes de consistência matemática desejáveis para uma média ponderada de relativos de preços.

Logo, percebe-se que o critério para adoção de um método para cálculo de índices de preço na prática sustenta-se na necessidade de integração das três abordagens e na evolução das experiências de suas aplicações. Questões como facilidade de compreensão do público e dependência de pesquisas de campo onerosas, por exemplo, são muitas vezes os maiores fatores a se levar em conta na escolha de uma fórmula para construção de um índice.

## 7 REFERÊNCIAS

BILAS, R. A. **Teoria Microeconômica**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1980.

CARMO, H. C. E do. **Um enfoque integrado para números-índice econômicos: uma aplicação ao cálculo de preços ao consumidor no município de São Paulo no período 1939-1986**. 260 p. São Paulo, 1987. Tese (Doutorado) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1987.

CARMO, H. C. E do. **A Teoria dos Índices de Preços e o Sistema de Metas de Inflação no Brasil**. Programa de Seminários Acadêmicos. Universidade de São Paulo. Instituto de Pesquisas Econômicas. 2004. Disponível em: <<http://www.econ.fea.usp.br/seminarios/artigos2/ipeset04.pdf>>. Acesso em: 30 de março de 2007.

DIEWERT, W. E. Exact and superlative index numbers. **Journal of Econometrics**, v.4, p. 115-145, 1976.

DIEWERT, W. E. Index numbers. In: EATWELL, J.; MILGATE, M.; NEWMAN, P. (eds.). **The New Palgrave: A Dictionary of Economics**, London, v.2, p. 767-780, 1987.

DIEWERT, W. E. The early history of price index research. In: DIEWERT, W. E.; NAKAMURA, A. O. (Eds). **Essays in index number theory**. Vol. 1. Amsterdam: Elsevier, 1993a.

DIEWERT, W. E. The economic theory of index number: a survey. In: DIEWERT, W. E.; NAKAMURA, A. O. (Eds). **Essays in index number theory**. Vol. 1. Amsterdam: Elsevier, 1993b.

DIEWERT, W. E. The consumer price index and index number purpose. **Journal of Economic and Social Measurement**, 27, p. 167-148. 2001. Disponível em: <<http://www.econ.ubc.ca/diewert/purpose.pdf>>. Acesso em: 10 de janeiro de 2007.

DIEWERT, W. E. Harmonized indexes of consumer prices: their conceptual foundations. **Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik**. Schweiz, vol. 138 (4), p. 547-637, Oct. 2002.

DIEWERT, W. E. Basic index number theory. In: DIEWERT, W. E. **The consumer price index manual: theory and practice**. International Labour Organization - ILO, Geneva: ILO, 2003a. Disponível em: <<http://www.econ.ubc.ca/diewert/chpt15.pdf>>. Acesso em: 27 de março de 2007.

DIEWERT, W. E. The axiomatic and stochastic approaches to index number theory. In: DIEWERT, W. E. **The consumer price index manual: theory and practice**. International Labour Organization - ILO, Geneva: ILO, 2003b. Disponível em: <<http://www.econ.ubc.ca/diewert/chpt16.pdf>>. Acesso em: 27 de março de 2007.

GAMEIRO, A. H. **Índices de preços para o transporte de cargas: o caso da soja a granel**. 247 p. Tese (Doutorado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2004.

HOFFMANN, Rodolfo. **Estatística para economistas**. 4. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.

INTERNATIONAL MONETARY FUND - IMF. **Producer price index manual: theory and practice**. Washington, D.C.: IMF, 2004.

KIRSTEN, J. T. **Metodologia da construção de índices de preços ao consumidor - custo de vida**. 202 p. Série IPE Monografias, v. 6. Instituto de Pesquisa Econômica, Faculdade de Economia e Administração, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1975.

KONÜS, A. A. The problem of the true index of the cost of living. **Econometrica**, vol. 7, n. 1, p. 10-29, 1939.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. **Microeconomia**. São Paulo: Makron Books, 1999.

SIMONSEN, M. H. **Macroeconomia**. V. 1. Rio de Janeiro: APEC, 1976.

VARIAN, H. R. **Microeconomia: princípios básicos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

VARTIA, Y. **Relative changes and index numbers**. The Research Institute of the Finnish Economy. Serie A4. Helsinki, 1976.